

**Optimalisering van
grote nabezinktanks**

Literatuurstudie modellen

92-13

Optimalisering van grote nabezinktanks



Literatuurstudie modellen

92-13

STOWA
Stichting Toegepast Onderzoek Waterbeheer
Postbus 8090
3503 RB Utrecht
tel. 030-321199
fax 030-321766

Publikaties en het publikatieoverzicht
kunt u uitsluitend bestellen bij:
Hageman Verpakkers BV
Postbus 281
2700 AC Zoetermeer
tel. 079-611188
fax 079-613927
o.v.v. ISBN- of bestelnummer en
een duidelijk afleveradres.

INHOUD

TEN GELEIDE	2
SAMENVATTING	3
1 NABEZINKTANKS	4
1.1 Algemene beschrijving	4
1.2 Processen in nabezinktanks	4
1.3 Probleemomschrijving	6
1.4 Onderzoeksdoel	7
1.5 Opzet van het rapport	7
2 LITERATUURONDERZOEK	9
2.1 Algemeen	9
2.2 Mathematische modellen	9
2.2.1 algemeen	9
2.2.2 basisvergelijkingen	10
2.2.3 hydraulische modellen	12
2.2.4 dichtheidsstromen	13
2.2.5 wind	14
2.2.6 overzicht van computermodellen	17
2.3 Experimentele modellen	17
3 CONCLUSIES EN AANBEVELINGEN	19
3.1 Conclusies	19
3.2 Aanbevelingen	20
SYMBOLENLIJST	21
LITERATUUR	23
BIJLAGE BASISVERGELIJKINGEN	25

Ten geleide

In Nederland worden nabezinktanks bij actiefslibinstallaties ontworpen volgens de in 1981 opgestelde STORA-richtlijnen, die gebaseerd zijn op praktijkonderzoek aan een groot aantal nabezinktanks. De diameters van de destijds beschouwde nabezinktanks waren niet groter dan 44 m.

Inmiddels zijn in Nederland ronde nabezinktanks gebouwd met diameters tussen 50 en 60 m, waarbij in de praktijk gebleken is dat de toelaatbare oppervlaktebelasting c.q. de slibvolumebelasting soms aanmerkelijk lager is dan op grond van de STORA-richtlijnen zou mogen worden verwacht. Duidelijke oorzaken voor dit afwijkend gedrag ontbreken.

Om inzicht te krijgen in het functioneren van de grotere nabezinktanks is onderzoek opgezet langs twee lijnen: fundamenteel en theoretisch onderzoek aan de stromingsverschijnselen van een slib/watermengsel in een ronde tank, en inventarisatie van de praktijkproblemen gevolgd door experimenten in de praktijk aan de werking van grote nabezinktanks en aan constructieve voorzieningen ter verbetering van de werking daarvan.

Het thans voorliggende rapport betreft een door de Technische Universiteit Delft uitgevoerd literatuuronderzoek naar mathematische modellen die in staat zijn meefasestromingen en stromingen met dichtheidsverschillen te beschrijven.

Het onderzoek werd in 1989, op advies van de Onderzoekadviescommissie (OAC), door het bestuur van de STOWA opgedragen aan DHV Raadgevend Ingenieursbureau B.V. (projectteam bestaande uit ing. P.C.A.M. van Helvoort, ir. R.P. Niermans en ir. R.W. Stapel). Via DHV was de vakgroep Gezondheidstechniek en Waterbeheersing van de Technische Universiteit Delft (prof.ir. J.H. Kop, ir. B. van der Veer en ir. E.A. Vermeer) bij dit project betrokken. Voor de begeleiding van het onderzoek zorgde een commissie bestaande uit ir. J. Ebbenhorst (voorzitter), ir. T.P. de Graaf, ing. J.J. Jonk, dr.ir. C. Kranenburg, ing. J.J. Verbraaken en ir. T.W.M. Wouda

Utrecht, december 1992

De directeur van de STOWA

drs. J.F. Noorthoorn van der Kruijff

- De Onderzoekadviescommissie, die tot dit project adviseerde, bestond uit:
prof.ir. J.H. Kop (voorzitter), drs. J.F. Noorthoorn van der Kruijff (secretaris) en ir. J. Boschloo, dr.ir. J.A. Don, ir. R. den Engelse, ir. A.E. van Giffen, ir. J.J. de Graeff, prof.dr.ir. J.J. Heijnen, dr.ir. P.J. Huiswaard, ir. C. Kerstens, dr. S.P. Klapwijk, ir. A.B. van Luin, ir. G. Martijnse, ir. Tj. Meijer, ir. L.P. Savelkoul, en ir. M. Tiessens (leden).

SAMENVATTING

In de praktijk van de afvalwaterzuivering blijkt bij grote ronde nabezinktanks slib met het effluent te worden geloosd.

Het niet goed functioneren van de tanks zou in eerste instantie toegeschreven kunnen worden aan het niet uniforme en het niet stationaire karakter van de stroming in deze tanks.

Hierbij spelen de volgende processen, in opklimmende moeilijkheidsgraad wat de theoretische benadering en beschrijving betreft, een rol:

- constante influentaanlevering;
- discrete ongehinderde bezinking;
- dichtheidsstromen en gehinderde bezinking (zowel discreet als flocculent);
- niet-constante influentaanlevering;
- windinvloeden;
- invloed van bodemschrappers.

Om tot een beschrijving van deze bezinktankprocessen te kunnen komen, vond een literatuuronderzoek plaats naar de mathematische en fysische modellering van water- en sedimentbeweging in bezinktanks.

De voor de mathematische modellering benodigde theorie omvat de Navier-Stokes vergelijkingen voor de water- en sedimentbeweging en een $k-\epsilon$ -turbulentiemodel.

Het computerprogramma PHOENICS blijkt zich goed te lenen voor het weergeven van de mathematische modellering.

Op grond van de resultaten van het literatuuronderzoek wordt voorgesteld eerst onderzoek te verrichten aan permanente stroming en discrete niet-gehinderde bezinking. In een vervolgonderzoek kunnen dan de overige processen in volgorde van opklimmende moeilijkheidsgraad, aan de orde komen.

1 NABEZINKTANKS

1.1 Algemene beschrijving

Bij de biologische zuivering van afvalwater vormt de nabezinktank in het algemeen de laatste stap in het behandelingsproces. Nadat het actief slib zijn zuiverende werking in de beluchtingstank heeft verricht, moet in de nabezinktank het actief slib weer gescheiden worden van het inmiddels gezuiverde afvalwater, zodat (1) een deel van het actief slib weer gebruikt kan worden in het zuiveringsproces en (2) zo min mogelijk slib wordt geloosd op het oppervlaktewater.

Bestaande nabezinktanks kunnen worden onderscheiden in vorm (rechthoekig of rond), doorstromingstype (vertikaal of horizontaal), influentaanvoer (centraal of periferisch) en in afmeting. Dit onderzoek heeft betrekking op ronde nabezinktanks met een diameter van circa 50 meter of meer, influentaanvoer in het centrum van de tank, effluentafvoer aan de omtrek van de tank en retour-slibafvoer door zogenaamde mechanische slibruiming, dat wil zeggen ronddraaiende ruimers en centrale afzuiging in het midden van de tank.

N.B. Retour-slibafvoer door semi-gelijkmatig verdeeld afzuigen onderaan de ronddraaiende arm(en) van de ruimer ("stofzuigerprincipe") wordt niet in het onderzoek betrokken.

Figuur 1 geeft de dwarsdoorsnede van een cirkelvormige tank.

In de praktijk worden in combinatie met de inlaatkonstruktie, een inlaattrommel en eventueel deflectieschotten geplaatst. Het doel van de inlaattrommel is enerzijds het vernietigen van instroomenergie en anderzijds het gelijkmatig verdelen van de instroming over de tank. Het doel van deflectieschotten is het zodanig richting geven aan de stromingen, dat ongunstige neren zoveel mogelijk worden voorkomen en een zo goed mogelijke richting aan de stromingen in de tank wordt gegeven met het oog op effectieve sedimentatie van het slib enerzijds en voldoende decanteren van het "supernatant" anderzijds. Apart of in combinatie met deflectieschotten tracht men dit ook wel te bereiken door middel van het perforeren van de inlooptrommel. De vorm van de deflectieschotten loopt zeer uiteen. Ze kunnen al dan niet onder een bepaalde hoek en variërend over de diepte worden geplaatst.

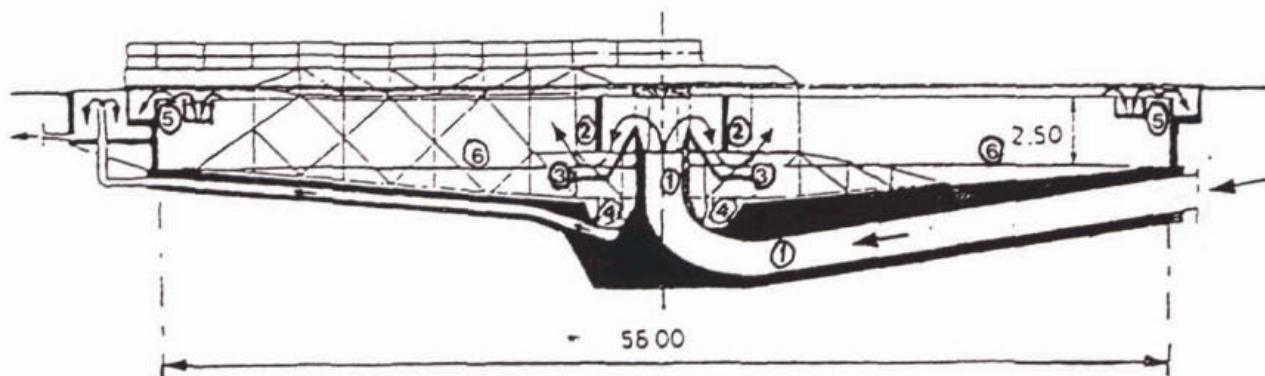
Drijvende delen en licht "opdrijvend" slib worden door middel van een drijf-laagafstrijker verwijderd. Het effluent wordt uit de tank verwijderd via een overlaat over de gehele omtrek van de tank. De overlaat kan zowel enkel, dubbel- als driezijdig (zie fig. 1) zijn uitgevoerd. De bodem van de tank wordt veelal onder een helling van ongeveer 1:12 gelegd, waarbij de diepte gaande van centrum naar periferie afneemt. De kantdiepte bedraagt in het algemeen 1,5 à 2,0 m, hetgeen resulteert in geringe kantdieptes ten opzichte van de tankdiameter.

1.2 Processen in nabezinktanks

Bij de bezinking van de bezinkbare delen kunnen de volgende mechanismen worden onderscheiden:

- ongehinderde discrete bezinking; deeltjes veranderen niet in grootte en beïnvloeden elkaar praktisch niet tijdens het bezinken, zie figuur 2;
- gehinderde discrete bezinking; het aantal deeltjes is zo groot en/of de afmetingen van de tank zijn zo klein, dat de opwaartse waterverplaatsing, als gevolg van de zinkende beweging van de deeltjes, het bezinken van de deeltjes beïnvloedt (hindert);

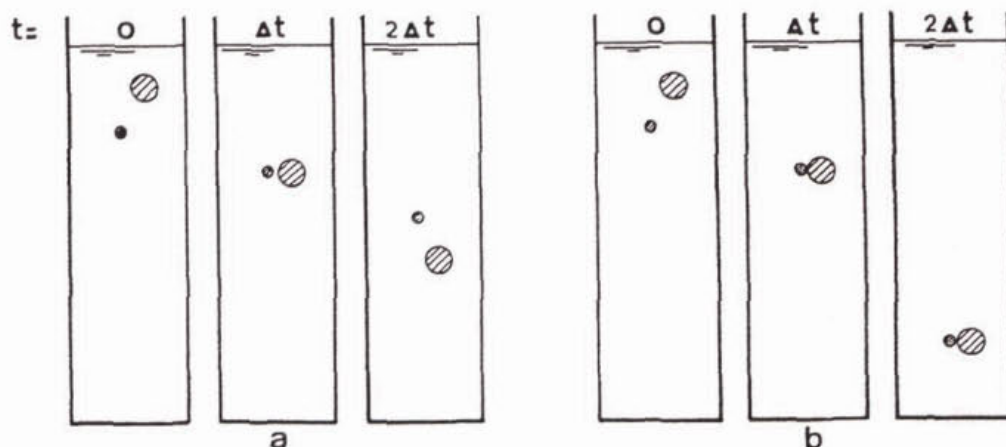
- ongehinderde flocculente bezinking; deeltjes botsen met andere deeltjes en vormen vervolgens gezamenlijk een geringer aantal grotere deeltjes, waarbij de afname van het aantal deeltjes en de vergroting van de deeltjes meestal niet lineair in de tijd verloopt, zie fig. 2 (opwaartse waterbeweging verwaarloosbaar);
- gehinderde flocculente bezinking; opwaartse waterbeweging niet verwaarloosbaar;
- verdichting van de indikzone; uitdrijving van poriënwater door slibaccumulatie;
- gedeeltelijke flotatie van bodemsediment door gasvorming in de sedimentlaag (bij te langzame ruiming).



verklaring van nummers bij tekening

1. influentbuis	4. slibzak
2. duikschot	5. overstortrand
3. deflektieschot	6. schraper

Figuur 1 Dwarsdoorsnede van een cirkelvormige tank



Figuur 2 Discrete (2a) en flocculente (2b) bezinking.

De praktijk van de nabezinktanks betreft voornamelijk flocculente bezinking. Het groter worden van deze deeltjes in de tijd en met de diepte heeft tot gevolg, dat ook de valsnelheid zal toenemen (figuur 2). In dit onderzoek wordt er van uitgegaan dat de slibruiming snel genoeg is om het natuurlijk opdrijven van gesedimenteerd slib te vermijden.

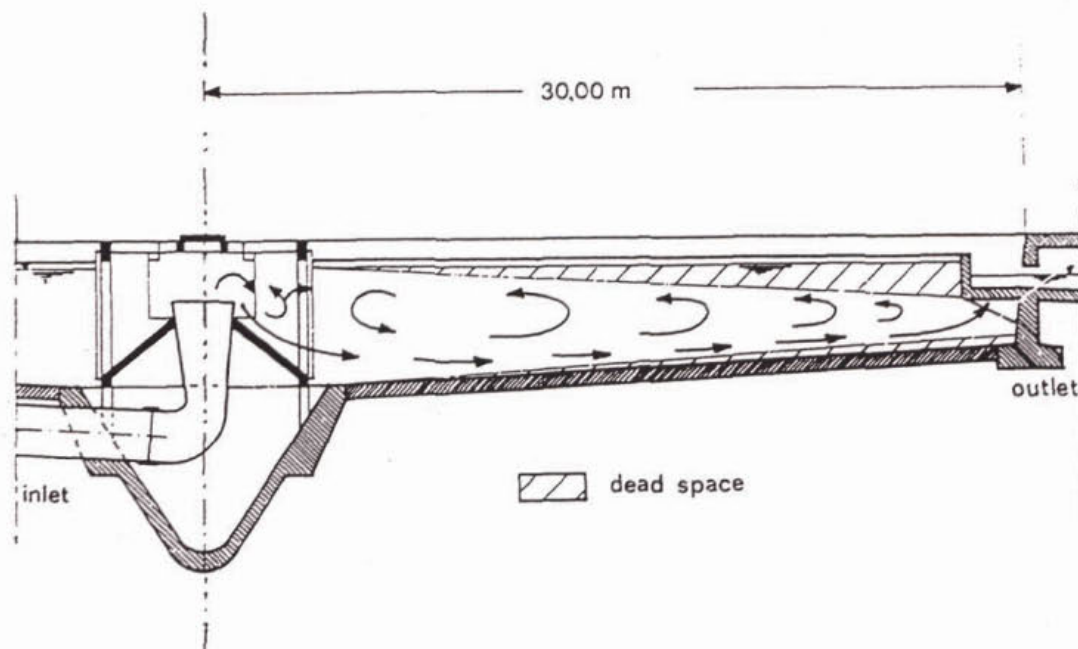
Uitgaande van een hydraulische situatie, waarin het influentdebiet opgedeeld kan worden in een hoofdstroom direct naar de effluentgoot en een retourslibstroom direct (via een kortsluitstroom) of indirect (via de indikzone) naar de centrale afzuiging, kunnen in het stroombeeld in nabezinkbekkens de volgende verschijnselen worden waargenomen:

- 1) Hydraulische macro-neervorming door niet dynamische verschijnselen met mogelijke gevolgen als kortsluitstromen, opwerveling van neergeslagen slib; verschijnselen die aanleiding kunnen geven tot ongewenst verlies van droge stof uit de nabezinktank door:
 - niet gelijkmatige verdeling van het influent over de vertikaal bij de invoer in de tank door niet gelijkmatig geperforeerde inlaat-trommel, aanwezigheid duikschot, deflectieschotten en stroomgeleiders;
 - effluentstroom over de rand(en) van de omloopgoot, aanleiding gevend tot verticale stromingen bij de buitenomtrek van de tank.
- 2) Hydraulische macro-neervorming door dynamische niet mechanische verschijnselen, voornamelijk wind.
- 3) Hydraulische micro-neervorming ("eddies"), vooral van belang bij grensvlakken tussen vloeistofgedeelten met verschillende dichtheden, "grensvlak" tussen slib en water bijvoorbeeld.
- 4) Neervorming, macro en micro, en zones met verschillende dichtheden en viscositeit door verschil in temperatuur en drogestofgehalte van tankwater en inkomend water.
- 5) Neervorming, macro en micro, met name door beweging, schraap- en schuifwerking van de door het water bewegende delen van de slibruimer.
- 6) Labiele stroomverschijnselen, golffrontvorming, krachtimpulsen eventueel leidend tot slibopwerveling, als gevolg van niet-stationaire input in de tank: wisselend influentdebiet, wisselend retourslibdebiet, aan- en afslaan van pompen.

Figuur 3 geeft een voorbeeld van het stromingsbeeld in een nabezinktank waarin enkele van de hierboven beschreven verschijnselen tot uitdrukking komen.

1.3 Probleemomschrijving

In de praktijk is gebleken dat het voorkomt dat grote ronde nabezinktanks slib met het effluent verliezen, met als direct gevolg het lozen van slib op het oppervlaktewater. De voornaamste oorzaak van het niet goed functioneren van grote ronde nabezinktanks moet gezocht worden in zowel het niet uniforme als het niet stationaire karakter van de stroming in deze tanks, veroorzaakt door de in de vorige paragraaf genoemde verschijnselen.



Figuur 3 Voorbeeld van stroombeeld in een willekeurige niet goed functionerende nabezinktank

1.4 Onderzoeksdoel

Het uiteindelijke doel van het onderzoek, volgend uit de probleemomschrijving van nabezinktanks, is het aan de hand van een theoretische benadering ontwikkelen van nieuwe of aangepaste ontwerprichtlijnen voor grote ronde nabezinktanks.

Er wordt getracht dit doel op de volgende wijze te bereiken:

- waar mogelijk en zinnig voor het onderzoek inzake de optimalisering van de nabezinktanks de bovenaangegeven bewegingsverschijnselen van water en vaste delen in de tank mathematisch te formuleren;
- op basis van deze mathematische formulering voorspellende mathematische modellen te ontwikkelen voor de bedoelde bewegingsverschijnselen in bestaande tanks, tanks op laboratorium-schaal en prototypen (pilot plants), zowel voor als na kunstmatige ingrepen, zoals het aanbrengen van deflectieschotten, perforaties in inlooptrommels e.d.;
- ter ijking van de mathematische formulering en modellering en ter bestudering van bepaalde kunstmatige ingrepen, het bouwen en doormeten van een fysisch tankmodel op laboratoriumschaal.

Verschijnselen die op micro-schaal voorkomen, zoals micro-turbulentie kunnen met behulp van deze mathematische modellen niet worden weergegeven. De met deze modellen verkregen resultaten zijn dan ook indicatief.

1.5 Opzet van het rapport

In hoofdstuk 2 wordt verslag gedaan van het uitgevoerde literatuuronderzoek. Hierbij is een splitsing in drie groepen gemaakt, namelijk: (1) mathematische modellen, (2) experimentele modellen en (3) ontwerprichtlijnen. Als startpunt is het in 1981 door de STORA uitgevoerde literatuuronderzoek betreffende nabezinktanks genomen. Het verrichte literatuuronderzoek in de gegevensbe-

standen van Aqualine en Chemical Abstracts heeft derhalve artikelen opgeleverd die na 1980 zijn verschenen. Eerder verschenen relevante artikelen zijn gevonden met behulp van de referenties genoemd in de, na het literatuuronderzoek, aangevraagde artikelen. De genoemde gegevensbestanden bestrijken de belangrijkste literatuurbronnen, namelijk de Engelse/Amerikaanse, de Franse, de Duitse en de Nederlandse literatuur.

In hoofdstuk 3 worden de wetenschappelijke conclusies uit het literatuuronderzoek gepresenteerd. De conclusies zijn daarbij naar hoofd- en bijzaken uitgewerkt.

De bijlage geeft de theoretische grondslagen voor de water- en sedimentbeweging in sedimentatietanks.

2 LITERATUURONDERZOEK

2.1 Algemeen

De met behulp van het literatuuronderzoek gevonden artikelen betreffen globaal de mathematische modellen, experimentele modellen en ontwerprichtlijnen. In paragraaf 2.2 worden de mathematische formuleringen en modelleringen behandeld, die een beschrijving geven van de stroming en de sedimentbeweging in bezinktanks. Experimenteel onderzoek naar processen in bezinktanks wordt beschreven in par. 2.3.

De literatuuronderzoek met betrekking tot ontwerprichtlijnen voor nabezinktanks is niet gebaseerd op theoretisch onderzoek en derhalve verder niet van belang. Genoemde literatuur heeft echter wel bijgedragen aan het begrenzen van het onderhavige onderzoek. De betreffende artikelen zijn vervolgens meegenomen in het literatuuronderzoek naar de praktijk van nabezinktanks (STOWA, 1992).

De bekeken literatuur gaat tot juni 1992.

2.2 Mathematische modellen

2.2.1 algemeen

De eerste en meest bekende mathematische modellering voor het ontwerp van bezinkbekkens is afkomstig van Hazen (1904). Hazen schematiseerde het bezinkingsproces tot een ideale bezinking in een ideale bezinktank, dat wil zeggen een tank waarin de turbulente diffusie van gesuspendeerd sediment wordt verwaarloosd ten opzichte van de valsnelheid en waarin geen resuspensie van reeds gesedimenteerd materiaal plaatsvindt. In theorie betekent dit, dat het rendement van de bezinktank alleen wordt bepaald door de oppervlaktebelasting (s_0) en niet door de diepte van de tank. Dit geldt in feite alleen bij tanks met verticale wanden en vlakke bodem, zie figuur 4.

De oppervlaktebelasting is gedefinieerd als:

$$s_0 = Q/A \quad (\text{m/s}), (\text{m/h}), (\text{m}^3/\text{m}^2\text{h})$$

waarin,

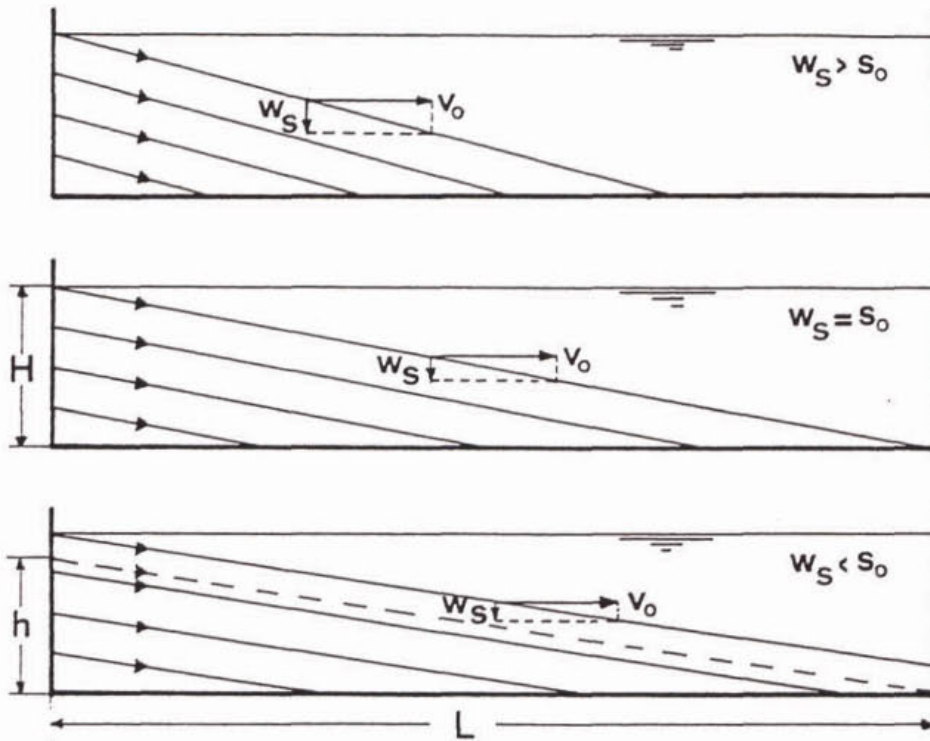
$$Q = \text{aanvoerdebiet} \quad (\text{m}^3/\text{s}), (\text{m}^3/\text{h})$$
$$A = \text{horizontale tankoppervlak} \quad (\text{m}^2)$$

Indien de deeltjesvalsnelheid W_s (van een mengsel met uniforme deeltjes) groter is dan de oppervlaktebelasting s_0 , is het rendement gelijk aan één. Anders is het rendement gelijk aan W_s/s_0 .

Dobbins (1944), Camp (1946), Sarikaya (1977), Sumer (1977) e.a. hebben vereenvoudigde transportmodellen ontwikkeld die niet de complete hydraulische vergelijkingen oplossen. De vereenvoudigingen bestaan hieruit, dat een longitudinale, uniforme stroming wordt aangenomen.

Deze aanname heeft tot gevolg, dat typische (na)bezinktankverschijnselen als turbulente diffusie, circulatiestromen, dichtheidsstromen, kortsluitstromen en het sedimentatiegedrag, door de grote invloed van de stroming op de sedimentbeweging, niet kunnen worden beschreven. Bovendien kan het effect van schotten of andere geometrische onregelmatigheden met dergelijke modellen niet worden berekend, noch worden voorspeld. Het weergeven van de genoemde complexe

verschijnselen wordt in principe pas mogelijk indien de complete hydraulische vergelijkingen worden opgelost.



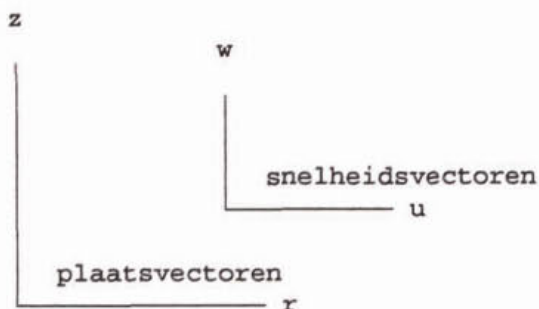
Figuur 4 Door discrete deeltjes gevolgde weg in een horizontaal doorstroomde rechthoekige bezinktank.

2.2.2 basisvergelijkingen

In de bijlage zijn de basisvergelijkingen opgesteld, waarvan hier alleen de resultaten worden samengevat, die betrekking hebben op een radiale, stationaire stroming (ronde tanks) en een niet-gekoppelde water- en sedimentbeweging.

De vergelijkingen zijn opgesteld met behulp van cylindercoördinaten, uitgaande van het in figuur 5 geschetste assenstelsel.

Voor een beschrijving van de gebruikte symbolen wordt verwezen naar de symbolenlijst.



Figuur 5 Assenstelsel.

Voor de waterbeweging zijn de vergelijkingen achtereenvolgens:

I: De continuïteitsvergelijking:

$$\frac{\delta u}{\delta r} + \frac{u}{r} + \frac{\delta w}{\delta z} = 0 \quad (2.4)$$

II: De Navier-Stokesvergelijkingen:

$$\frac{-\delta \bar{u}}{\delta r} + \frac{-\delta \bar{u}}{\delta z} + \frac{\delta(\overline{u'u'})}{\delta r} + \frac{\delta(\overline{u'w'})}{\delta z} - \frac{(\overline{v'v'})}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\delta p}{\delta r} \quad (2.14)$$

$$\frac{-\delta \bar{w}}{\delta r} + \frac{-\delta \bar{w}}{\delta z} + \frac{1}{\rho} \frac{\delta p}{\delta z} + \frac{\delta(\overline{u'w'})}{\delta r} + \frac{\delta(\overline{w'w'})}{\delta z} = -g \quad (2.15)$$

III: De k-ε turbulentievergelijkingen

$$\frac{\delta k}{\delta t} + \frac{-\delta k}{\delta r} + \frac{-\delta k}{\delta z} = Pr - e + D(k) + G \quad (2.21)$$

$$\frac{\delta e}{\delta t} + \frac{-\delta e}{\delta r} + \frac{-\delta e}{\delta z} = a_1 \frac{e}{k} Pr + (1-a_3)G - a_2 \frac{e^2}{k} + D(e) \quad (2.22)$$

En voor de sedimentbeweging:

IV: De convectie-diffusievergelijking

$$\frac{-\delta c}{\delta r} + \frac{-\delta c}{\delta z} = E_r \frac{\delta^2 c}{\delta r^2} + \frac{\delta E_r}{\delta r} \frac{\delta c}{\delta r} + \frac{E_r}{r} \frac{\delta c}{\delta r} + E_z \frac{\delta^2 c}{\delta z^2} + \frac{\delta E_z}{\delta z} \frac{\delta c}{\delta z} + W_s \frac{\delta c}{\delta z} + c \frac{\delta W_s}{\delta z} \quad (3.2)$$

Deze vergelijkingen zijn ontleend aan de bijlage.

In dit stelsel vergelijkingen zijn de water- en sediment-beweging niet gekoppeld, dat wil zeggen er wordt verondersteld dat de waterbeweging geen invloed ondervindt van het aanwezige sediment als gevolg van optredende dichtheidsverschillen (één-fase stroming). Stamou (1989) schrijft, dat deze loskoppeling volgens Abdel-Gawad e.a. (1985) te rechtvaardigen is in het geval van lage concentraties, zoals die bijvoorbeeld voorkomen in voorbezinktanks (\leq circa 200 mg/l). Volgens Stamou is er meer onderzoek noodzakelijk om te kunnen bepalen tot welke influentconcentraties dichtheidseffekten verwaarloosbaar zijn.

In nabezinktanks komen door het toevoegen van actief slib aan het afvalwater veel grotere concentraties met het influent binnen, waardoor dichtheidsstromen ontstaan en de water- en sedimentbeweging niet meer losgekoppeld kunnen worden. Als dichtheidsverschillen in de Navier-Stokes en k-ε-vergelijkingen worden meegenomen, ontstaan vergelijkingen die gecompliceerder zijn (Kollman, 1980).

Hieronder wordt de literatuur besproken die betrekking heeft op het bovenstaande stelsel vergelijkingen (2.4, 2.14, 2.15, 2.21, 2.22 en 3.2) voor de situatie met een losgekoppelde water- en sedimentbeweging. In paragraaf 2.2.4 wordt nader ingegaan op de situatie met dichtheidsverschillen.

2.2.3 hydraulische modellen

Recentelijk zijn de volgende publikaties verschenen, die een numerieke oplossing geven van het stelsel basisvergelijkingen in paragraaf 2.2.2: Schamber en Larock (1981 en 1983), Imam en McCorquodale (1983), Abdel-Gawad en McCorquodale (1985) en Stamou, Adams en Rodi (1989).

Schamber e.a. (1981 en 1983) geven een beschrijving van de stroming en sedimentbeweging door de basisvergelijkingen op te lossen met behulp van een eindige-elementenmethode voor zowel rechthoekige als voor ronde tanks. De turbulentie wordt bepaald met behulp van een $k-\epsilon$ model volgens de vergelijkingen 2.21 en 2.22.

De resultaten van het model zijn niet vergeleken met experimenteel gemeten waarden, maar zij geven wel duidelijk het bestaan van een circulatiestroming weer.

Imam e.a. (1983) stellen dat voor de modellering van de stroming in bezinktanks de druktermen in de basisvergelijkingen als gevolg van een hydrostatische drukverdeling in de tank verwaarloosd kunnen worden. Hierdoor wordt een eenvoudiger vorticititeitstransport-stroomfunctieformulering verkregen. Volgens Stamou e.a. (1989) is het verwaarlozen van de druktermen een te grote vereenvoudiging van de Navier-Stokes vergelijkingen, omdat de invloed van de kromming van de stroming op de druk, juist in het gebied van de in- en uitlaatzone, aanzienlijk kan zijn.

Voor de modellering van de turbulentie is door Stamou e.a. (1989) gebruik gemaakt van een eenvoudig $\nu_t-\epsilon$ model, waarbij over het gehele berekeningsdomein een gemiddelde viscositeitscoëfficiënt wordt genomen. De vergelijkingen zijn opgesteld voor rechthoekige tanks en worden opgelost met behulp van een eindige differentiemethode.

Toetsing van het model heeft plaatsgevonden door de numerieke uitkomsten te vergelijken met experimenteel bepaalde waarden. De rekenresultaten tonen een redelijk goede overeenkomst met de experimenten.

De stroming nabij de bodem wordt door de berekeningen minder goed weergegeven. Stamou e.a. (1989) geven als reden hiervoor het gebruik van het $\nu_t-\epsilon$ model. Een voordeel van het gebruik van dit turbulentiemodel ten opzichte van het meer geavanceerde $k-\epsilon$ model is dat er minder vergelijkingen opgelost behoeven te worden, hetgeen rekentijd en geheugenruimte bespaart. Een nadeel van het $\nu_t-\epsilon$ model is, dat een veel uitgebreidere calibratie van het model nodig is dan voor het $k-\epsilon$ model, omdat in dit model de calibratie reeds grotendeels heeft plaatsgevonden.

Imam e.a. (1983) hebben een aantal stromingsberekeningen uitgevoerd met een in hoogte variërend duikschot. Uit de berekeningen blijkt, dat de stroming in de buurt van de overlaat voor alle gevallen nagenoeg hetzelfde is. De invoerconstructie heeft zowel in het begin als in het midden van de tank invloed op de stroming en derhalve ook op de sedimentbeweging.

Abdel-Gawad e.a. (1985) lossen de basisvergelijkingen op door gebruik te maken van een Strip Integratie Methode (SIM). Deze methode gaat uit van een aantal op voorhand gedefinieerde snelheids-profielfuncties. De exacte vorm van deze profielfuncties moet worden verkregen uit experimentele waarnemingen. Het voordeel van deze methode boven de eindige elementen- en eindige differentiemethode is, dat als de profielfuncties bekend zijn, de SIM een relatief snelle methode voor het oplossen van de basisvergelijkingen is. Een groot nadeel is echter, dat voor iedere verandering van de geometrie (inlaat, schotten) er nieuwe snelheids-profielfuncties moeten worden bepaald, hetgeen juist gezien

het doel van het onderzoek niet wenselijk is. Op grond hiervan wordt niet verder op deze methode ingegaan.

De numerieke oplossingsmethode, die Stamou e.a. (1989) voor hun model hanteren, is gebaseerd op de niet nader beschreven TEACH methode van Gosman & Pun (zie Stamou e.a., 1989), waarbij het complete stelsel vergelijkingen van par. 2.2.2 wordt opgelost voor rechthoekige tanks.

De modellering van de sedimentbeweging is uitgebreider dan de hiervoor besproken modellen, omdat het mogelijk is om met een valsnelheidsverdeling te rekenen, hetgeen een betere schematisatie van de praktijk inhoudt. Het model is geverifieerd en toegepast aan de hand van de gegevens, die beschikbaar waren van een bezinktank te Sarnia (Ontario). Er zijn berekeningen uitgevoerd met drie verschillende oppervlaktebelastingen en twee valsnelheidsverdelingen. Uit de stromingsberekeningen zijn de volgende conclusies getrokken:

- de grootte van de circulatiestroming wordt berekend met een fout van maximaal 5 procent;
- de gevonden fout tussen de berekende en gemeten snelheden wordt toegeschreven aan drie-dimensionale effecten en schematisatiefouten, waar in het model geen rekening mee wordt gehouden;
- de snelheidsverdeling is grotendeels niet-uniform;
- de eddy-viscositeit varieert sterk over de tank. Achter de inlaatzone en dichtbij de overlaat komen, als gevolg van snelheidsgradiënten, schuifspanningen en turbulente kinetische energieproductie, grote waarden voor. Dichtbij de wand neemt de eddy-viscositeit af.

Er zijn concentratieberekeningen uitgevoerd bij drie verschillende oppervlaktebelastingen (37, 60 en 110 m/d). De overeenkomst met experimenteel bepaalde waarden bleek goed te zijn, zonder dat een verdere calibratie van parameters nodig was.

2.2.4 dichtheidsstromen

In de meeste nabezinktanks komen dichtheidsstromen voor. De voornaamste oorzaak van het ontstaan van dichtheidsstromen is het verschil in dichtheid tussen het praktisch homogeen gemengde effluent met lage dichtheid en de zones van een hogere dichtheid in de tank zelf als gevolg van gesuspendeerd actief slib. De dichtheidsstromen kunnen echter ook worden veroorzaakt door temperatuurverschillen tussen influent en tankvloeistof.

Bij het opstellen van het stelsel basisvergelijkingen in par. 2.2.3 werd uitgegaan van een constante dichtheid van de vloeistof. Tevens werd gevonden dat alleen voor lage concentraties (\leq circa 200 mg/l) de stroming en sedimentbeweging ontkoppeld kunnen worden. In het geval van dichtheidsstromen moeten, zowel voor de water- als voor de sedimentfase, continuïteits- en Navier-Stokes vergelijkingen worden opgesteld.

In de literatuur is slechts één publikatie gevonden met betrekking tot de mathematische modellering van dichtheidsstromen in sedimentatietanks. DeVantier en Larock (1987) concluderen dat, hoewel de modellering een grote reken capaciteit vergt, het gebruik van hun model vanwege het kunnen voorspellen van turbulentie in dichtheidsstromen meer dan waard is. Voor een beschrijving van de benodigde vergelijkingen wordt verwezen naar het genoemde artikel. De schrijvers maken ook in dit geval gebruik van het $k-\epsilon$ turbulentie-model. De mogelijkheid van het $k-\epsilon$ model de eddy-viscositeit te relateren aan de stromingseigenschappen wordt van belang geacht omdat de sterkte van de dichtheidsstroming wordt bepaald door de lokale eddy-viscositeit en vice

versa. Deze koppeling tussen de stromings- en sedimentbewegingseigenschappen maakt het noodzakelijk, dat alle vergelijkingen tegelijk moeten worden opgelost.

Het model is toegepast op een ronde nabezinktank en geeft kwalitatief goede resultaten voor sedimentstroming over de bodem van de tank en retourstroming van helder water langs het oppervlak. Het effect van flocculatie op de sedimentatie wordt niet meegenomen. DeVantier veronderstelt dat flocculatie reeds eerder heeft plaatsgevonden. Bovendien neemt door flocculatie de sedimentatie toe, zodat met het model conservatieve voorspellingen voor de efficiëntie worden verkregen.

2.2.5 wind

De wind oefent aan het wateroppervlak een schuifspanning uit, die toeneemt met de windsnelheid. Meestal wordt gesteld:

$$\tau_s = \rho_a C_D u_{10}^2 \quad (1)$$

met: τ_s = windschuifspanning
 ρ_a = luchtdichtheid
 C_D = weerstandscoefficiënt
 u_{10} = windsnelheid op 10 m boven het wateroppervlak

De weerstandscoefficiënt C_D neemt toe met de windsnelheid. Een empirische relatie is (Safaie, 1984)

$$C_D = 0.52 * 10^{-3} * u_{10}^{0.44} \quad (2)$$

In de literatuur worden ook wel andere waarden voor de empirische coëfficiënten in (2) genoemd. Hoewel de hoogte en de lengte van de opgewekte windgolven toenemen met de strijklengte, blijkt de C_D -waarde nauwelijks van de grootte van de tank af te hangen.

Per definitie geldt:

$$u_* = \sqrt{(\tau_s / \rho_w)} \quad (3)$$

met: u_* = windschuifspanningssnelheid
 ρ_w = dichtheid van water

De windschuifspanning veroorzaakt opwaaiing: het wateroppervlak gaat na zekere tijd een opwaartse helling in de windrichting vertonen. Een schatting van de diepte-gemiddelde snelheid alleen ten gevolge van de wind kan als volgt worden verkregen.

Voor $z_0 \ll a$ geldt:

$$u(z) = \frac{u_*}{\kappa} \left(\ln\left(\frac{a-z}{z_0}\right) - \ln\left(\frac{z}{a}\right) - \frac{a}{a_0} \cdot \ln\left(\frac{a-z}{z_0}\right) \cdot \frac{\ln\left(\frac{a_0}{z_0}\right)}{\ln\left(\frac{a_0}{z_0}\right) - 1} \right) \quad (4)$$

Hieruit kan, met $0 < z < a - z_0$, worden berekend dat

$$\bar{u} = \frac{1}{a - z_0} \int_0^{a - z_0} u dz = \frac{u_*}{\kappa} \left(1 - \frac{a}{a_0}\right) \ln \frac{a_0}{z_0} \quad (5)$$

met: u = diepte-gemiddelde circulatiesnelheid door wind
 κ = constante van Von Karman ≈ 0.4
 a = plaatselijke diepte
 a_0 = "gemiddelde" diepte
 z_0 = ruwheidshoogte bodem

Een positieve u duidt op stroming in de windrichting. De "gemiddelde" a_0 is een soort gewogen gemiddelde met als definitie:

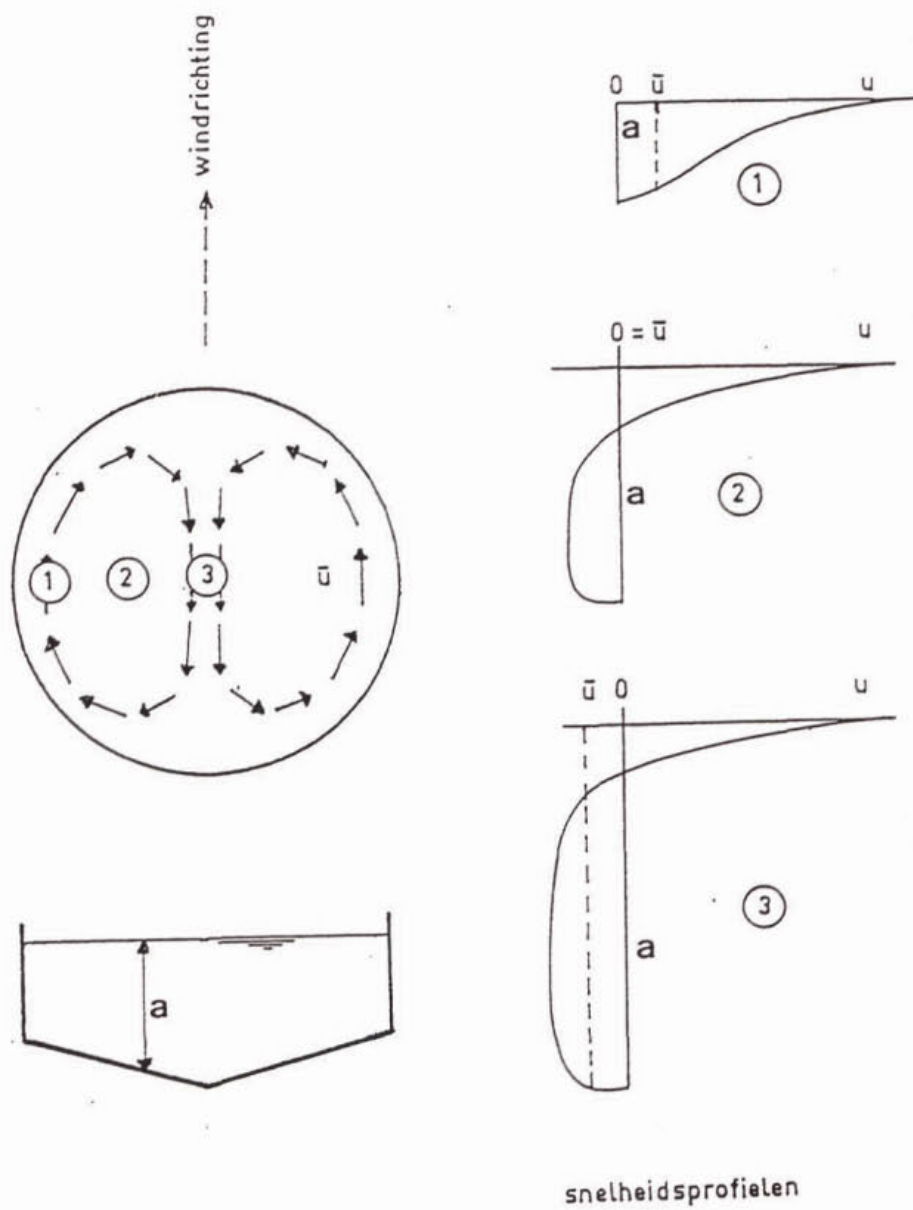
$$a_0 = \frac{\int_0^R a^2(r) dr}{\int_0^R a(r) dr} \quad (6)$$

Uit (5) kan worden afgeleid, dat de diepte-gemiddelde snelheid toeneemt in de richting, waarin de lokale waterdiepte a afneemt. In het diepere deel, waar $a > a_0$, ontstaat een netto stroming tegen de wind in, zie figuur 6.

De stroomsnelheid aan het vrije oppervlak is zo groot, circa 3 à 4% van de windsnelheid u_{10} , dat de stroming aldaar altijd in de richting van de wind is. Bij een niet-variërend windveld ontstaat een stationaire circulatie-stroming, opgebouwd uit zogenaamde topografische neren.

De diepte-gemiddelde snelheid ten gevolge van wind alleen kan worden opgeteld bij de lokaal heersende stroomsnelheid in de tank.

Uit eenvoudige berekeningen met praktische waarden, uitgevoerd met de formules (1) tot en met (6), volgt dat bij een u_{10} van 10 m/s (windkracht 5 op de schaal van Beaufort) een diepte-gemiddelde snelheid ontstaat van 0,05 m/s. Deze snelheid ligt in de orde van de maximale snelheden die kunnen optreden in nabezinktanks. Geconcludeerd kan dan ook worden, dat de waterbeweging in ronde nabezinktanks gevoelig is voor windinvloeden.



Figuur 6 Circulatie- en snelheidsprofielen ten gevolge van wind op een bezinktank met geschematiseerde geometrie (Kranenburg, 1987)

2.2.6 overzicht van computermodellen

In de paragrafen 2.2.3 en 2.2.4 is een aantal modellen besproken, dat het stelsel basisvergelijkingen van par. 2.2.2 oplost.

Tabel 1 Overzicht van de besproken computermodellen (? wil zeggen behoort tot de mogelijkheden)

	basis- vergelijking	Scham- ber	Imam	Abdel Gawad	Sta- mou	PHOE- NICS	DeVan tier
water	continuïteit	ja	ja	ja	ja	ja	ja
	Navier-Stokes	ja	nee	?	ja	ja	ja
	k- ϵ	ja	nee	?	ja	ja	ja
sediment	convectie- diffusie	ja	ja	ja	ja	ja	nee
dichtheid	gekoppeld Navier-Stokes	nee	nee	nee	nee	?	ja
niet-sta- tionair	translatie- golf	nee	nee	nee	nee	?	nee
wind	schuif- spanning	nee	nee	nee	nee	?	nee
schrapers	schuif- spanning	nee	nee	nee	nee	?	nee

Een andere mogelijkheid is het op de TUD aanwezige computerprogramma PHOENICS, dat zich goed leent om de mathematische formuleringen voor stroming en sedimentbeweging in bezinktanks weer te geven. PHOENICS lost de basisvergelijkingen op met behulp van een eindige differentiemethode. Het programmeren van standaard-oplossingsmethoden volgens een mathematisch principe is in PHOENICS reeds gedaan. Zo kan het programma alle mogelijke problemen in een driedimensionale ruimte oplossen (cylindrische coördinaten, druk, k- ϵ -model en concentratie (dichtheid)).

Om tot een vergelijking te kunnen komen van de besproken modellen is Tabel 1 samengesteld.

2.3 Experimentele modellen

Naast het bepalen van de stroming in bezinktanks met behulp van numerieke modellen is het ook mogelijk de stroming te bepalen via experimentele weg. Een goed en uitgebreid overzicht van de beschikbare literatuur op het gebied van experimentele studies naar de stroming in bezinktanks wordt gegeven door McCorquodale e.a. (1988).

De belangrijkste conclusies, die uit dit overzicht getrokken kunnen worden, zijn:

- alle experimentele modellen geven een duidelijke circulatiestroming;
- sedimentatietanks in de praktijk lenen zich niet goed voor gedetailleerde observaties en metingen;
- tracermethoden geven weinig informatie over de interne stroming in een tank en hebben vaak geleid tot verkeerde criteria voor tankprocessen;
- een laser-doppler snelheidsmeter is zeer geschikt bij de lage stroomsnelheden in sedimentatietanks;
- de meeste kinetische energie van de stroming, die de tank binnenkomt, gaat verloren aan turbulente wervels in de inlaatzone;
- veel experimenten richten zich op verschillende soorten inlaatconstructies, zoals schotten en diffusoren;
- experimenteel onderzoek heeft zich voornamelijk gericht op stromingseigenschappen in rechthoekige tanks zonder sedimentbeweging.

Recente publikaties op het gebied van modelonderzoek zijn afkomstig van Lyn en Rodi (1990 en 1992).

3.1 Conclusies

In de literatuur is een aantal eenvoudige transportmodellen gevonden, gebaseerd op uniforme stroming. In de praktijk blijkt de stroming in bezinktanks niet uniform te zijn wegens het ontstaan van circulatiestromingen. Door de grote onderlinge afhankelijkheid van de stroming en de sedimentbeweging in bezinktanks heeft het niet-uniforme karakter van de stroming tot gevolg, dat ook de sedimentatie niet goed wordt beschreven. Het bepalen van de invloed van schotten en andere eventuele voorzieningen op de stroming en het sedimentatiegedrag in de tank is met dergelijke modellen niet mogelijk.

Voor een goede beschrijving van de stroming en de sedimentatiebeweging is de mathematische formulering van het complete stelsel van hydraulische vergelijkingen noodzakelijk. De onderzochte literatuur, die betrekking heeft op de mathematische formulering van tankprocessen, richt zich voornamelijk op primaire bezinktanks, waarin in het algemeen een discrete niet gehinderde bezinking van sediment plaatsvindt. Voor de lage concentraties, die in deze tanks voorkomen (orde 200 mg/l), is het mogelijk de vergelijkingen voor de water- en sedimentbeweging los te koppelen. Hierdoor ontstaat een stelsel basisvergelijkingen, dat voor de waterbeweging bestaat uit de continuïteitsvergelijking, de Navier-Stokes vergelijkingen en een turbulentiemodel, en voor de sedimentbeweging uit de convectie-diffusievergelijking.

In de literatuur zijn vier publikaties gevonden waarin de basisvergelijkingen worden opgelost. Van belang voor dit onderzoek zijn die van (1) Schamber e.a. (1981 en 1983), (2) Imam e.a. (1983) en (3) Stamou e.a. (1989). Voor het beschrijven van de turbulentie maakt Imam gebruik van een constante- ϵ model, terwijl Schamber en Stamou gebruik maken van het meer geavanceerde $k-\epsilon$ turbulentiemodel. Een voordeel van het $\nu_t-\epsilon$ model ten opzichte van het $k-\epsilon$ model is dat er minder vergelijkingen behoeven te worden opgelost. Een nadeel van het constante- ϵ model is echter, dat gecalibreerd moet worden, terwijl het $k-\epsilon$ model al gecalibreerd is. Berekeningen van Schamber en Stamou tonen aan dat de variatie van ϵ over de doorsnede van de tank groot is.

Schamber, Imam en Stamou gebruiken allen een andere numerieke oplossingsmethode voor de basisvergelijkingen (respectievelijk eindige-differentie-, eindige-elementen- en TEACH-methode). Op grond van de publikaties kan niet worden aangegeven welke methode de beste is.

Alleen Schamber heeft de basisvergelijkingen ook voor ronde nabezinktanks opgelost.

Imam en Stamou hebben de uitkomsten van hun model vergeleken met experimenteel bepaalde waarden. De sedimentbeweging blijkt bij beide modellen goed weergegeven te kunnen worden. De stroming blijkt bij beide modellen minder goed overeen te komen. Imam wijt het minder goed weergegeven van de stroming nabij de bodem aan het constante- ϵ model. Stamou schrijft de verschillen toe aan drie-dimensionale effecten, die optreden in rechthoekige bezinktanks en die in zijn model niet geschematiseerd zijn.

Er is slechts één artikel gevonden met betrekking tot de modellering van dichtheidsstromen in nabezinktanks (DeVantier e.a., 1987). De resultaten van dit model zijn niet vergeleken met experimenteel bepaalde waarden, maar geven wel een kwalitatief beeld van de invloed van dichtheidsgradiënten op de stroming.

Veel experimenteel onderzoek is gericht op het bepalen van stromingseigenschappen in rechthoekige bezinktanks. Er is relatief weinig onderzoek verricht naar stromingseigenschappen en sedimentbewegingen in ronde tanks.

Samenvattend:

- er is weinig literatuur over de mathematische formulering van nabezinktanks;
- de gevonden literatuur is voornamelijk gericht op voorbezinktanks en zij beperkt zich derhalve tot de modellering van de stroming en sedimentbeweging gebaseerd op een discrete, niet gehinderde bezinking;
- de basisvergelijkingen voor het modelleren van de stroming zijn voor de vloeistof de continuïteitsvergelijking, Navier-Stokes vergelijkingen, $k-\epsilon$ turbulentie model en voor het sediment de convectie-diffusievergelijking. Een groot voordeel van het $k-\epsilon$ model boven het constante- ϵ model is dat er niet extra gecalibreerd hoeft te worden;
- slechts één publikatie is gericht op dichtheidsstromen in nabezinktanks;
- er is geen literatuur beschikbaar over de modellering van windinvloeden en bodemschrapers.

3.2 Aanbevelingen

Op grond van de resultaten van het literatuuronderzoek wordt voorgesteld verder onderzoek te faseren van "grof" naar "fijn".

Voor het stromingsonderzoek wordt onder "grof" de situatie verstaan die zich het meest zal voordoen gedurende een langere tijd, dat wil zeggen een constant influentdebiet echter verschillend voor de droog weer afvoer (DWA) en de regenwater afvoer (RWA). De invloed van de wind wordt als een verfijning opgevat, omdat wind een niet-permanent verschijnsel is.

Voor de sedimentbeweging houdt de "grove" benadering in, dat wordt uitgegaan van een discrete niet-gehinderde bezinking (één-fase stroming).

Op basis van de resultaten van het literatuuronderzoek komen voor nader onderzoek in volgorde van prioriteit in aanmerking: (1) de invloeden van dichtheidsstromen en gehinderde bezinking, (2) niet-constante influentaanlevering, (3) wind en (4) schrapers.

De mathematische formuleringen van de geschematiseerde stroming en sedimentbeweging uit het onderhavige onderzoek lenen zich goed voor weergave met behulp van het op de TU Delft aanwezige computermodel PHOENICS. Binnen PHOENICS zijn goede mogelijkheden aanwezig voor het modelleren van verfijningen.

De hierboven geschetste benadering van "grof" naar "fijn" wordt verder nog als volgt gerechtvaardigd:

- voor een groot model als PHOENICS is het voor een beter begrip van de werking van het systeem verstandig om het model "op te bouwen" van (relatief) eenvoudig naar ingewikkelder;
- de resultaten van de grove benadering kunnen dienen als indicatie voor de moeilijke gevallen (flocculente, gehinderde bezinking);
- discrete bezinking is een "veilige" benadering, omdat de valsnelheid van de deeltjes bij flocculente bezinking toeneemt.

SYMBOLENLIJST

a	plaatselijke diepte
a_0	"gemiddelde" diepte
A	horizontale tankoppervlak
β	resuspensiefactor
c	concentratie
C_D	weerstandscoëfficiënt
$D(\epsilon)$	turbulente diffusie-term voor ϵ
$D(k)$	turbulente diffusie-term voor k
fr_s	volumefractie van slib in water
Fr, F	Froudegetal
ϵ	dissipatie van kinetische energie
E	turbulente-transportcoëfficiënt
E_r	turbulente-transportcoëfficiënt in r-richting
E_z	turbulente-transportcoëfficiënt in z-richting
g	gravitatieconstante
G	viskeuze dissipatie door dichtheidsverschillen
h	eenheidslengte
k	turbulente kinematische energie
κ	constante van Von Karman
M_t	massatransportcoëfficiënt
p	druk
Pr	produktie-term voor k: $v_t \cdot \phi$
Q	debiet
r	radiale/horizontale coördinaat
ρ, ρ_{water}	dichtheid water
ρ_a	dichtheid lucht
ρ_{slib}	dichtheid slib
Re	Reynoldsgetal
R_0	eenheids Reynoldsgetal
Ri, Ri_0	Richardsongetal
RW	wandruwheidsconstante
r	radiale coördinaat
s	afstand wand tot rand van model langs normaal
s_0	oppervlaktebelasting
t	tijd
τ	schuifspanning
τ_s	windschuifspanning
U	momentane horizontale snelheid in r-richting
u	tijdsgemiddelde snelheidscomponent in r-richting
u	diepte gemiddelde circulatiesnelheid t.g.v. wind
u'	turbulente snelheidscomponent in r-richting
\bar{u}	gemiddelde snelheid in r-richting
u_w	windschuifspanningssnelheid
u_{10}	windsnelheid op 10 m boven het wateroppervlak
u_r	grenssnelheid bij resuspensie
U_t	wrijvingssnelheid
v	moleculaire kinematische viscositeit
v_t	turbulente kinematische viscositeit
V	momentane snelheid in tangentiële richting
v	tijdsgemiddelde tangentiële snelheidscomponent
v'	turbulente tangentiële snelheidscomponent
\bar{v}	gemiddelde snelheid in tangentiële richting
w_{\perp}	snelheid loodrecht op wand
$w_{//}$	snelheid evenwijdig aan wand
W	momentane verticale snelheid in z-richting

w	tijdsgemiddelde snelheidscomponent in z-richting
w'	turbulente snelheidscomponent in z-richting
\bar{w}	gemiddelde snelheid in z-richting
\bar{w}_s	bezinkingssnelheid
z	vertikale coördinaat
z_0	ruwheidshoogte bodem
ϕ	produktieterm, coördinaat in tangentiële richting
θ	middelingstijd

LITERATUUR

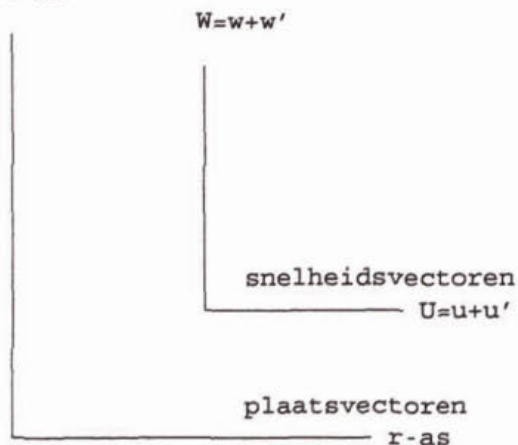
- Abdel-Gawad S. M. & McCorquodale J. A. (1985)
"Numerical Simulation of Rectangular Settling Tanks"
J. Hydr. Res., Vol. 23, No. 2
- Adams E.W. and Rodi W. (1990)
"Modelling Flow and Mixing in Sedimentation Tanks"
ASCE, J. of Hydr. Eng., Vol. 116, No. 7, July 1990
- Botsch B. (1990)
"Runde Absetzbecken mit Schlammräumern"
Korrespondenz Abwasser, 7/1990, 37 Jahrgang
- Camp T.R. (1946)
"Sedimentation and the Design of Settling Tanks"
Transactions, ASCE, No. 2285, Vol. 111
- DeVantier B.A. & Larock B.E. (1983)
"Sediment Transport in Stratified Turbulent Flow"
J. Hydr. Engrg., ASCE, Vol. 109, No. 12
- DeVantier B.A. & Larock B.E. (1987)
"Modelling Sediment-Induced Density Currents in Sedimentation Basins"
J. Hydr. Engrg., ASCE, Vol. 113, No. 1
- Dobbins W.E. (1944)
"Effect of Turbulence on Sedimentation"
Transactions, ASCE, No. 2218, Vol. 109
- Guetter A.K. and Jain S.C. (1991)
"Analytical Solution for Density Currents in Settling Basins"
ASCE, J. of Hydr. Eng., Vol. 117, No. 3, March 1991
- Hazen A. (1904)
"On Sedimentation"
Transactions, ASCE, No. 980, Vol. 53
- Imam E.H., McCorquodale J. A. & Bewtra J. K. (1983)
"Simulation of Flow in Rectangular Clarifiers"
J. Envir. Eng. Div., ASCE, Vol. 109, No. 3
- Imam E.H., McCorquodale J. A. & Bewtra J. K. (1983)
"Numerical Modelling of Sedimentation Tanks"
J. Hydr. Engrg., ASCE, Vol. 109, No. 12
- Kollman W. (1980)
"Prediction Methods for Turbulent Flows"
Hemisphere Publishing Corporation, New York
- Kranenburg C. (1986)
"Dichtheidsstromen"
Collegehandleiding TU Delft, Fac. der Civ. Techn.
- Kranenburg C. (1987)
"Stromingen en menging in bekkens"
PATO-cursus Waterkwaliteitsbeheer 1987, TU Delft

- Krebs P. (1991)
 "The Hydraulics of Final Settling Tanks"
 Wat. Sci. Tech., Vol. 23, Kyoto, pp. 1037-1049, 1991
- Larock B. E., Chun W. K. C. & Schamber D. R. (1983)
 "Computation of Sedimentation Basin Behavior"
 Water Res., Vol. 17, No. 8
- Lyn D. A. & Rodi W. (1990)
 "Turbulence Measurements in Model Settling Tank"
 J. Hydr. Engrg., ASCE, Vol. 116, No.1
- Lyn D.A. e.a. (1992)
 "Density Currents and Shear-Induced Flocculation in Sedimentation Tanks"
 J. Hydr. Engrg., ASCE, Vol. 118, No. 6, June 1992
- McCorquodale J. A. e.a. (1988)
 "Experimental Study of Flow in Settling Tanks"
 J. Envir. Engrg., Vol. 114, no. 5
- Prasuhn A.L. (1980)
 "Fundamentals of Fluids Mechanics"
 Prentice Hall, Inc., New Jersey
- Sarikaya H.Z. (1977)
 "Numerical Model for Discreet Settling"
 J. Envir. Eng. Div., ASCE, Vol. 103, No. 8
- Schamber D. R. & Larock B. E. (1981)
 "Numerical Analysis of Flow in Sedimentation Basins"
 J. Hydr. Div., ASCE, Vol. 107, No. HY5
- Schamber D. R. & Larock B. E. (1983)
 "Partical Concentration Predictions in Settling Basins"
 J. Envir. Eng. Div., ASCE, Vol. 109, No. 3
- Stamou A.I., Adams E. W. & Rodi W. (1989)
 "Numerical modelling of flow and settling in primary rectangular clarifiers"
 J. Hydr. Res., Vol. 27, No. 5
- STORA (1983)
 "Hydraulische en technologische aspecten van het nabezinkproces"
 Stichting Toegepast Onderzoek Reiniging Afvalwater, Rijswijk
- STOWA (1992)
 "Optimalisering van grote nabezinktanks, Literatuurstudie praktijk tanks"
 STOWA, project 1.1.6
- Sumer B.M. (1977)
 "Settlement of Solid Particles in Open Channel Flow"
 J. Hydr. Div., ASCE, Vol. 103, No. HY1
- Teisson Ch. e.a. (1991)
 "Numerical Modeling of Cohesive Sediment Transport: Past Experience and New Research Axes"
 Int. Symp. on Transp. of Sed. and Math. Mod., Florence 2-5 Sept. 1991

1 Inleiding

Er wordt aangenomen, dat de stroming in een tweedimensionaal vertikaal vlak mag worden beschouwd. Dit kan zowel in het x, z -vlak, als in het r, z -vlak zijn. De vergelijkingen worden beschreven voor het cilindrische assenstelsel (r, z -vlak).

z -as



Voor een rechthoekige tank kan een tweedimensionale stroming aannemelijk gemaakt worden, als de invloed van hoeken en zijwanden verwaarloosd mag worden. Dit geldt alleen als de stroming door het verticale vlak in het centrum wordt beschouwd.

Voor een ronde tank geldt de aanname van een tweedimensionale stroming voor radiale stromingen, onder de voorwaarde dat de wind en de schrapers geen enkele invloed uitoefenen op de stroming.

De aanname van een tweedimensionale stroming betekent, naast een sterke vereenvoudiging van het model, bovendien een besparing op de rekenkosten en het gebruik van geheugenruimte.

De momentane snelheden U en W kunnen, zoals gebruikelijk in de turbulentietheorie, worden geschreven als de som van een tijdgemiddelde component en een turbulente component, zodat:

$$\begin{aligned}
 U &= u + u' & \text{met } u &= \frac{1}{\theta} \int_0^{\theta} U dt \\
 W &= w + w' & \text{met } w &= \frac{1}{\theta} \int_0^{\theta} W dt
 \end{aligned}
 \tag{1.1}$$

Een voorwaarde is, dat de benodigde middelingstijd θ klein is ten opzichte van de tijdschaal van veranderingen in u en w .

Voor het tijdsgemiddelde produkt van U en W volgt nu

$$\begin{aligned} \overline{U \cdot W} &= \overline{(u + u') \cdot (w + w')} = \\ \overline{u \cdot w} + \overline{u \cdot w'} + \overline{u' \cdot w} + \overline{u' \cdot w'} &= \end{aligned} \quad (1.2)$$

Omdat $\bar{u} = u$ en $\bar{w} = w$ (er is al gemiddeld), $\overline{u'} = 0$ en $\overline{w'} = 0$ volgens (1.1) geldt ook dat $\overline{u' \cdot w} = \overline{u' \cdot \bar{w}} = \overline{u'} \cdot \bar{w} = 0$ en ook $\overline{u \cdot w'} = \overline{\bar{u} \cdot w'} = \bar{u} \cdot \overline{w'} = 0$

Het Reynolds-getal: het aan de tankafmetingen gerelateerde Reynolds-getal bepaalt of de stroming laminair of turbulent is (grens laminair/turbulent is ongeveer 600) bij de volgende definitie:

$$Re = \frac{u \cdot h}{\nu} \quad (1.3)$$

waarbij h een karakteristieke lengte is waarover u verandert en ν de kinematische viscositeit is. Omdat de bezinktank meestal een grote karakteristieke lengte heeft (de diepte $h = \pm 3$ m), een snelheid, die varieert van 0,005 tot 0,05 m/s, en een kinematische viscositeit, die in de orde van grootte van 10^{-6} m²/s ligt, heeft het Reynolds-getal een grootte van 15.000 tot 150.000, dus ruim in het turbulente gebied. Nabij de bodem kan ν groter zijn met als gevolg lagere Reynolds-getallen.

Het Froude-getal: dit getal bepaalt de vorm van de waterbeweging bij een vrij oppervlak. Het geeft aan of er sprake is van subkritische dan wel superkritische stroming (schietsend water). Voor $Fr < 1$ is de stroming subkritisch en bij $Fr > 1$ superkritisch. Er geldt, bij benadering:

$$Fr = \frac{u}{(g \cdot h)^{0,5}} \quad (1.4)$$

waarbij g de gravitatieconstante is. Door de lage stroomsnelheid en de relatief grote diepte is het Froude-getal kleiner dan 1 en is de stroming dus subkritisch.

Het Richardson-getal: het Richardson-getal geeft aan hoe groot het dichtheidsverschil in vergelijking met het snelheidsverschil moet zijn om een stabiele situatie te krijgen. Voor Ri kleiner dan 0,05 is er vaak een beperkte invloed van dichtheidsverschillen op de stroming en de turbulentie. Voor Ri groter dan 0,25 wordt de turbulentie onderdrukt (Kranenburg, 1986), met als gevolg een twee-fasenstroming.

$$Ri = \frac{-g \cdot \frac{\delta \rho}{\delta z}}{\rho \cdot \left(\frac{\delta u}{\delta z}\right)^2} \quad (1.5)$$

Voor het Richardson-getal is het mogelijk, er van uitgaande dat

$$\frac{\delta \rho}{\delta z} = \frac{\Delta \rho}{\Delta z}, \quad \frac{\delta u}{\delta z} = \frac{\Delta u}{\Delta z}$$

de volgende schatting te maken:

$$Ri_0 = \frac{\Delta \rho * g * \Delta z}{\rho * (\Delta u)^2} \quad (1.6)$$

Bijvoorbeeld bij een influent met een dichtheid van 1005 kg/m^3 dat onder stagnant water met een dichtheid van 1000 kg/m^3 stroomt ($\Delta \rho$ van 5 kg/m^3), waarbij het snelheidsverschil Δu over een hoogte Δz van $0,1 \text{ m}$ gelijk is aan $0,05 \text{ m/s}$ volgt voor Ri_0 :

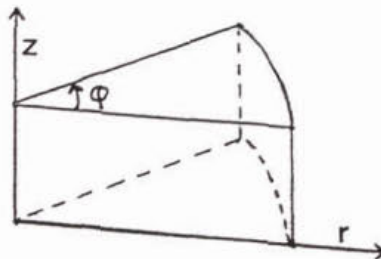
$$Ri_0 = \frac{5 * 10 * 0,1}{1000 * (0,05)^2} = 2$$

dit wil zeggen de stroming is gelaagd.

2 Waterbeweging

Algemeen wordt het snelheidsveld in poolcoördinaten beschreven met de volgende componenten:

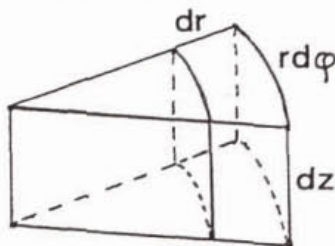
in radiale richting r : U
 in tangentiële richting ϕ : V
 in verticale richting z : W



De snelheden U , V en W zijn momentane snelheden.

2.1 Continuïteitsvergelijking

Voor het afleiden van de continuïteitsvergelijking voor een homogene vloeistof (met één dichtheid ρ) wordt de massabalans voor een controle volume dr , dz , $r d\phi$ geformuleerd



$$\frac{\delta}{\delta r} (U \cdot r d\phi \cdot dz) dr + \frac{\delta}{r \delta \phi} (V \cdot dr \cdot dz) r d\phi + \frac{\delta}{\delta z} (W \cdot dr \cdot r d\phi) dz = 0 \quad (2.1)$$

Dit geeft na uitwerken

$$\frac{\delta U}{\delta r} + \frac{U}{r} + \frac{\delta V}{r \delta \varphi} + \frac{\delta W}{\delta z} = 0 \quad (2.2)$$

Er geldt nu (met u tijdsgemiddeld en u' turbulentiefluctuatie)

$$\begin{aligned} U &= u + u' \\ V &= v + v' \\ W &= w + w' \end{aligned} \quad (2.3)$$

Substitutie van (2.3) in (2.2) met $v = 0$ (radiaal symmetrisch) en tijdsgemiddeld geeft:

$$\frac{\delta u}{\delta r} + \frac{u}{r} + \frac{\delta w}{\delta z} = 0 \quad (2.4)$$

2.2 Bewegingsvergelijking

De Navier-Stokes vergelijkingen in cylindercoördinaten voor een fluidum van constante eigenschappen en bij afwezigheid van uitwendige krachten, behalve de zwaartekracht, luiden:

in r-richting:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\delta U}{\delta t} + U \frac{\delta U}{\delta r} + V \left(\frac{\delta U}{r \delta \varphi} - \frac{V}{r} \right) + W \frac{\delta U}{\delta z} \right] = \\ & = -\frac{1}{\rho} \frac{\delta p}{\delta r} + \nu \left[\frac{\delta^2 U}{\delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{\delta U}{\delta r} + \frac{\delta^2 U}{r^2 \delta \varphi^2} + \frac{\delta^2 U}{\delta z^2} - \frac{2}{r} \frac{\delta V}{r \delta \varphi} - \frac{U}{r^2} \right] \end{aligned} \quad (2.5)$$

in z-richting:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\delta W}{\delta t} + U \frac{\delta W}{\delta r} + V \frac{\delta W}{r \delta \varphi} + W \frac{\delta W}{\delta z} \right] = \\ & = -\frac{1}{\rho} \frac{\delta p}{\delta z} - g + \nu \left[\frac{\delta^2 W}{\delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{\delta W}{\delta r} + \frac{\delta^2 W}{r^2 \delta \varphi^2} + \frac{\delta^2 W}{\delta z^2} \right] \end{aligned} \quad (2.6)$$

De kinematische viscositeit ν is erg klein, zodat de termen met ν in de vergelijkingen (2.5) en (2.6) kunnen worden verwaarloosd.

Uitgaande van deze verwaarlozing wordt nu bij (2.5) opgeteld $U \cdot (2.2)$.

Wordt verder een stationaire situatie beschouwd dan wordt (achtereenvolgens) gevonden:

$$U \frac{\delta U}{\delta r} + V \frac{\delta U}{r \delta \varphi} - \frac{V^2}{r} + W \frac{\delta U}{\delta z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\delta p}{\delta r} \quad (2.7)$$

$$U \frac{\delta U}{\delta r} + \frac{U^2}{r} + U \frac{\delta V}{r \delta \varphi} + U \frac{\delta W}{\delta z} = 0 \quad (2.8)$$

$$2U \frac{\delta U}{\delta r} + \frac{1}{r} (V \frac{\delta U}{\delta \varphi} + U \frac{\delta V}{\delta \varphi}) + \frac{U^2}{r} - \frac{V^2}{r} + W \frac{\delta U}{\delta z} + U \frac{\delta W}{\delta z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\delta p}{\delta r} \quad (2.9)$$

ofwel

$$\frac{\delta U^2}{\delta r} + \frac{1}{r} \delta(U \cdot V) + \frac{U^2}{r} - \frac{V^2}{r} + \frac{\delta(U \cdot W)}{\delta z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\delta p}{\delta r} \quad (2.10)$$

Substitutie van vergelijking (2.3) in vergelijking (2.10) met vervolgens tijdsmiddeling resulteert in de volgende vergelijking (de overstreping duidt op de tijdsmiddeling):

$$\frac{\delta \bar{U}^2}{\delta r} + \frac{\delta(\bar{U}'U')}{\delta r} + \frac{1}{r} \frac{\delta(\bar{U}'\bar{V}')}{\delta \varphi} + \frac{1}{r} \frac{\delta(\bar{U}'\bar{V}')}{\delta \varphi} + \frac{\bar{U}^2}{r} + \frac{(\bar{U}'U')}{r} - \frac{\bar{V}^2}{r} - \frac{(\bar{V}'V')}{r} + \frac{\delta(\bar{U}'\bar{W}')}{\delta z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\delta p}{\delta r}$$

ofwel

$$2\bar{U} \frac{\delta \bar{U}}{\delta r} + \frac{\delta(\bar{U}'U')}{\delta r} + \frac{1}{r} (\bar{U}' \frac{\delta \bar{V}}{\delta \varphi} + \bar{V}' \frac{\delta \bar{U}}{\delta \varphi}) + \frac{1}{r} \frac{\delta(\bar{U}'\bar{V}')}{\delta \varphi} + \frac{\bar{U}^2}{r} - \frac{\bar{V}^2}{r} + \frac{(\bar{U}'U')}{r} - \frac{(\bar{V}'V')}{r} + \bar{U}' \frac{\delta \bar{W}}{\delta z} + \bar{W}' \frac{\delta \bar{U}}{\delta z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\delta p}{\delta r} \quad (2.11)$$

Dezelfde bewerkingen toegepast op vergelijking (2.6) geven:

$$\bar{U}' \frac{\delta \bar{U}}{\delta r} + \frac{\bar{U}'^2}{r} + \frac{(\bar{U}'U')}{r} + \bar{U}' \frac{\delta \bar{V}}{r \delta \varphi} + \bar{U}' \frac{\delta \bar{W}}{\delta z} = 0 \quad (2.12)$$

(2.12) aftrekken van (2.11) geeft dan:

$$\bar{U}' \frac{\delta \bar{U}}{\delta r} + \frac{\delta(\bar{U}'U')}{\delta r} + \bar{V}' \frac{\delta \bar{U}}{r \delta \varphi} + \frac{\delta(\bar{U}'\bar{V}')}{r \delta \varphi} + \frac{\delta(\bar{U}'\bar{W}')}{\delta z} - \frac{\bar{V}'^2}{r} - \frac{(\bar{V}'V')}{r} + \bar{W}' \frac{\delta \bar{U}}{\delta z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\delta p}{\delta r} \quad (2.13)$$

Uitgaande van radiaal-symmetrische stroming en met $v = 0$ wordt dan gevonden:

$$\bar{u} \frac{\delta \bar{u}}{\delta r} + \bar{w} \frac{\delta \bar{u}}{\delta z} + \frac{\delta (\overline{u'u'})}{\delta r} + \frac{\delta (\overline{u'w'})}{\delta z} - \frac{(\overline{v'v'})}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\delta p}{\delta r} \quad (2.14)$$

De term $v'v'/r$ komt in (2.14) voor, omdat de tangentiële snelheidsfluctuatie v' bij kwadrateren en middelen niet meer wegvalt (de tijdsgemiddelde tangentiële snelheid is wel 0, omdat er twee-dimensionale stroming wordt verondersteld).

Op analoge wijze als hierboven kan de tijdsgemiddelde vergelijking in de z-richting worden afgeleid. Met verwaarlozing van de viscositeit ν wordt voor de stationaire situatie gevonden:

$$\bar{u} \frac{\delta \bar{w}}{\delta r} + \bar{w} \frac{\delta \bar{w}}{\delta z} + \frac{1}{\rho} \frac{\delta p}{\delta z} + \frac{\delta (\overline{u'w'})}{\delta r} + \frac{\delta (\overline{w'w'})}{\delta z} = -g \quad (2.15)$$

In bovenstaande vergelijkingen is uitgegaan van een vaste vloeistofspiegel, de zogenaamde rigid-lid benadering. Deze benadering houdt in dat de waterspiegel wordt vastgehouden (horizontaal), terwijl er wel een druk ongelijk aan nul wordt toegelaten.

Omdat in nabezinktanks de stroomsnelheid in de richting van de effluentgoot steeds kleiner wordt (afnemende snelheidshoogte), neemt op grond van Bernoulli de drukhoogte toe (stijgende waterspiegel), hetgeen gepaard gaat met een positieve drukgradiënt ($\delta p/\delta r$). De druk is in dit geval een maat voor de uitwijking die de waterspiegel eigenlijk zou moeten hebben.

Er wordt een fout gemaakt in de continuïteitsvergelijking (paragraaf 2.1) door niet met dit gewijzigde doorstromingsprofiel te rekenen. Deze fout is bij de kleine snelheden in de bezinktank echter verwaarloosbaar.

2.3 Uitwerking van de Navier-Stokes vergelijking met behulp van een turbulentiemodel

De in paragraaf 2.2 opgestelde vergelijkingen voor de stroming bevatten zeven onafhankelijke parameters, namelijk \bar{u} , \bar{w} , p , $\overline{u'u'}$, $\overline{w'w'}$, $\overline{v'v'}$ en $\overline{u'w'}$. Voor het vinden van een oplossing voor zeven onbekenden zijn tenminste zeven vergelijkingen nodig.

Volgens Boussinesq moet het mogelijk zijn om de turbulente spanningen te schrijven als termen, waarbij het product van de gradiënt van de gemiddelde snelheid ($\delta u/\delta r$) en de turbulente kinematische viscositeit ν_t een belangrijke rol spelen.

$$\overline{u'u'} = \frac{2}{3}k - 2\nu_t \frac{\delta \bar{u}}{\delta r} \quad (2.16)$$

$$\overline{w'w'} = \frac{2}{3}k - 2\nu_t \frac{\delta \bar{w}}{\delta z} \quad (2.17)$$

$$\overline{v'v'} = \frac{2}{3}k - 2\nu_t \frac{\bar{u}}{r} \quad (2.18)$$

$$\overline{u'w'} = -\nu_t \left[\frac{\delta \bar{u}}{\delta z} + \frac{\delta \bar{w}}{\delta r} \right] \quad (2.19)$$

In bovenstaande vergelijkingen is de turbulente kinetische energie k gedefinieerd als: $k = \frac{1}{2} [u'u' + w'w' + v'v']$

In de literatuur is gevonden, dat de turbulente kinematische viscositeit ν_t afhankelijk is van de kinetische energie k en de dissipatie (ϵ) daarvan:

$$\nu_t = \frac{c_1 k^2}{\epsilon} \quad (2.20)$$

waarbij c_1 een konstante is. De grootte hiervan wordt in tabel 1 gegeven.

In bovenstaande vergelijkingen zijn twee nieuwe onbekenden geïntroduceerd, k en ϵ . Om deze onbekenden op te lossen wordt in de literatuur een tweetal vergelijkingen gepresenteerd -het zogenaamde k - ϵ turbulentiemodel- waarmee goede resultaten zijn behaald (zie Chamber e.a., 1981).

Het k - ϵ turbulentiemodel is het eenvoudigste model dat de turbulentie kan voorspellen in die gevallen waar de lengte, waarover de turbulentie actief is, niet te voorspellen is (te vergelijken met het turbulentiemodel van Prandtl, waarbij een specifieke "mixing length" bekend is).

Hogere orden modellen zijn beter, maar ook veel gecompliceerder en moeilijker te begrijpen. Door de complexiteit stijgen daarbij ook de computerkosten.

Uitgaande van een tweedimensionale stroming in een ronde tank kunnen k en ϵ uitgerekend worden met de volgende transportvergelijkingen:

$$\frac{\delta k}{\delta t} + \bar{u} \frac{\delta k}{\delta r} + \bar{w} \frac{\delta k}{\delta z} = Pr - \epsilon + D(k) + G \quad (2.21)$$

$$\frac{\delta \epsilon}{\delta t} + \bar{u} \frac{\delta \epsilon}{\delta r} + \bar{w} \frac{\delta \epsilon}{\delta z} = a_1 \frac{\epsilon}{k} Pr + (1-a_3)G - a_2 \frac{\epsilon^2}{k} + D(\epsilon) \quad (2.22)$$

Hierin is Pr de produktieterm voor k : $Pr = \nu_t \cdot \phi$, waar de faktor ϕ gegeven wordt door:

$$\phi = 2 \left(\frac{\delta \bar{u}}{\delta r} \right)^2 + \left(\frac{\delta \bar{u}}{\delta z} + \frac{\delta \bar{w}}{\delta r} \right)^2 + 2 \left(\frac{\delta \bar{w}}{\delta z} \right)^2 + 2 \left(\frac{\bar{u}}{r} \right)^2 \quad (2.23)$$

G (buoyancy induced production) is de term met de viskeuze dissipatie door de optredende dichtheidsverschillen.

G wordt gegeven door:

$$G = \frac{(\rho_{slib} - \rho_{water}) w' fr_s'}{\rho_{slib}} g \quad (2.24)$$

De volumefractie van het slib in water wordt geschreven als $fr_s = fr_s + fr_s'$ (net zoals bij de stroomsnelheden u en w (zie paragraaf 1)).

De diffusietermen $D(k)$ en $D(\epsilon)$ luiden:

$$D(k) = \frac{\delta}{\delta r} \left[\frac{v_t}{r s_k} \frac{\delta k}{\delta r} \right] + \frac{\delta}{\delta z} \left[\frac{v_t}{s_k} \frac{\delta k}{\delta z} \right] \quad (2.25)$$

$$D(\epsilon) = \frac{\delta}{\delta r} \left[\frac{v_t}{r s_\epsilon} \frac{\delta \epsilon}{\delta r} \right] + \frac{\delta}{\delta z} \left[\frac{v_t}{s_\epsilon} \frac{\delta \epsilon}{\delta z} \right] \quad (2.26)$$

De constanten a_1 , a_2 , a_3 en c_1 moeten uit experimentele gegevens gevonden worden. De constanten s_k en s_ϵ uit computer-optimalisatie. Door Kollman (1980) zijn waarden gegeven voor bovengenoemde constanten, waarmee in de praktijk goede resultaten zijn behaald voor een groot aantal stromingsproblemen. In tabel 2 zijn deze waarden gegeven.

Tabel 2 Konstanten a_1 , a_2 , a_3 , c_1 , s_k , s_ϵ (Kollman, 1980)

a_1	a_2	a_3	c_1	s_k	s_ϵ
1,44	1,92	0,8	0,09	1,0	1,3

Wanneer het computerprogramma goed "draait", kunnen de constanten door optimalisatie eventueel aangepast worden. De invloed, die de grootte van deze constanten op de berekeningen heeft, moet zeker onderzocht worden (het programma draaien met variatie van deze waarden).

Voor een stationaire toestand verdwijnen de termen met $\delta/\delta t$.

Met behulp van het k- ϵ turbulentiemodel wordt de oplossing van de stromingsvergelijkingen gevonden.

3 Sedimentbeweging

In deze paragraaf wordt nader ingegaan op de uitgangsvergelijking voor de beschrijving van de concentratie in de bezinktank.

De concentratie is afhankelijk van de convectie door de stroming, van de diffusie door snelheidsvariatiën en dichtheidsverschillen, en van de bezinkings- en uitschuringssnelheden van het slib.

Het behoud van massa voor een differentiaal volume-elementje in de stroming wordt beschreven door:

$$\frac{\delta c}{\delta t} + \bar{u} \frac{\delta c}{\delta r} + \bar{w} \frac{\delta c}{\delta z} = \frac{1}{r} \frac{\delta}{\delta r} \left[r E_r \frac{\delta c}{\delta r} \right] + \frac{\delta}{\delta z} \left[E_z \frac{\delta c}{\delta z} + W_s c \right] \quad (3.1)$$

waarin W_s de bezinkingssnelheid is en E_r en E_z de turbulente transportcoëfficiënten in r- en z-richting zijn.

De term $\delta c/\delta t$ valt weg bij een stationaire situatie.

Uitschrijven van de vorige vergelijkingen geeft:

$$\bar{u} \frac{\delta C}{\delta r} + \bar{w} \frac{\delta C}{\delta z} = E_r \frac{\delta^2 C}{\delta r^2} + \frac{\delta E_r}{\delta r} \frac{\delta C}{\delta r} + \frac{E_r}{r} \frac{\delta C}{\delta r} + E_z \frac{\delta^2 C}{\delta z^2} + \frac{\delta E_z}{\delta z} \frac{\delta C}{\delta z} + W_s \frac{\delta C}{\delta z} + C \frac{\delta W_s}{\delta z} \quad (3.2)$$

De linkerkant van deze vergelijking geeft het convectieve transport door de stroming weer. De rechterkant het transport door turbulente diffusie en het transport door het gewicht van de deeltjes.

Voor de kleine deeltjes in bezinktanks geeft Schamber (1983) aan, dat de turbulente transport-coëfficiënten gelijk gesteld kunnen worden aan de turbulente kinematische viscositeit:

$$E_z = E_r = E = \nu_t \quad (3.3)$$

4 Randvoorwaarden

In paragraaf 2.3 wordt opgemerkt dat voor het vinden van een oplossing voor zeven onbekende, onafhankelijke parameters, tenminste zeven vergelijkingen nodig zijn. Daarnaast is er ook nog een aantal randvoorwaarden noodzakelijk en wel bij de instroming, de uitstroming, de vrije waterspiegel en de vaste wanden. Voor deze punten worden de randvoorwaarden besproken. Omwille van de duidelijkheid wordt vergelijking (3.3) nog niet in de randvoorwaarden gesubstitueerd.

• de instroming:

Bij de instroming kunnen de randvoorwaarden voor u en w worden bepaald door het instroomdebiet te delen door de instroomopening, waarna een uniforme instroming over de gehele opening wordt aangenomen.

De variabelen k en ϵ moeten experimenteel worden bepaald. Als dit niet mogelijk is, moeten ze uit gegevens van gelijksoortige problemen worden gegeneerd.

Aangenomen mag worden, dat de concentratie uniform over de instroming verdeeld is.

* de uitstroming:

Er zijn twee uitstroomranden in een nabezinktank. Eén is er ter plaatse van de effluentgoot, de andere bij de afvoer van het slib in het midden van de tank.

Door nu de rand van het model niet precies bij de opening te leggen, maar er iets vanaf, wordt de invloed van de uitstroming, zoals de niet-horizontale vloeistofspiegel bij de effluentgoot, voor het mathematische model verwaarloosbaar klein. De uitstroming wordt gemodelleerd als een "put" ter plaatse van de uitstroomopeningen, waardoor de snelheden u en w op de rand van het model berekend kunnen worden (Schamber en Larock, 1981).

Het randeffect van de afvoer van het slib wordt ondervangen door de invoer direct gelijk te stellen aan de bruto invoer minus de retourslibafvoer. Via verschillende afvoerscenario's zal bestudeerd moeten worden wat de invloed is van bijvoorbeeld een hoog influentdebiet ten opzichte van een laag retourslibdebiet en vice versa. Indien de slibafvoer niet expliciet wordt meegenomen kan ook geen inzicht worden verkregen in kortsluitstroming, de invloed van deze stroming op bijvoorbeeld neervorming en het functioneren van deflectieschotten. De invloed van het retourslibdebiet is dan dus niet te bestuderen.

* de vrije waterspiegel:

Voor de vrije waterspiegel wordt aangenomen, dat $\delta h / \delta r = 0$ volgens de rigid-lid-aanname (paragraaf 2.2).

Er geldt dan:

$$\bar{w} = 0 \quad (4.1^a)$$

$$\frac{\delta \bar{w}}{\delta x} = \frac{\delta \bar{u}}{\delta z} = 0 \quad (4.1^b)$$

$$\frac{\delta k}{\delta z} = \frac{\delta \epsilon}{\delta z} = 0 \quad (4.1^c)$$

$$E_z \frac{\delta C}{\delta z} + W_s C = 0 \quad (4.1^d)$$

* de vaste wanden:

Het turbulentiemodel geldt voor volledig turbulente stromingen. Langs de wanden zullen door wrijving een laminaire laag en een overgangslaag optreden, waardoor het model daar niet geldig is. Om dit te omzeilen, moet de rand van het model op een afstand s van de vaste wand worden aangenomen. Deze afstand moet zo gekozen worden, dat de rand van het model in het turbulente gedeelte ligt, maar dat de wrijvingskracht nog constant genomen mag worden. Voor de component van de snelheid, die loodrecht op de wand staat, geldt:

$$w_i = 0 \quad (4.2^a)$$

terwijl de snelheid, evenwijdig aan de wand, beschreven kan worden met de zogenaamde logaritmische wandwet:

$$w_i = \frac{U_t}{\kappa} \ln(RW \cdot s \cdot U_t \cdot R_0) \quad (4.2^b)$$

waarbij U_t de wrijvingssnelheid is, κ de konstante van Von Karman, RW een konstante voor de ruwheid van de wand, s de afstand langs de normaal van de rand van het model tot aan de wand en $R_0 = u_* h / \nu$ (eenheids-Reynoldsgetal in s/m^2).

Rodi (1980) heeft voorgesteld dat de randvoorwaarden voor k en ϵ , voor het turbulente gedeelte, dus op een afstand s van de wand, geschreven kunnen worden als:

$$k^2 = \frac{U_t^4}{c_1} \quad (4.2^c)$$

$$\epsilon = \frac{U_t^3}{\kappa s} \quad (4.2^d)$$

Substitutie van vergelijking (4.2^c) in vergelijking (4.2^d) geeft:

$$e^4 = \frac{(c_1^3 k^6)}{(\kappa s)^4} \quad (4.2^e)$$

Voor de concentratie geldt bij de verticale wanden :

$$E_x \frac{\delta C}{\delta x} = 0 \quad (4.2^f)$$

Schamber (1983) geeft een randvoorwaarde voor de bodem waarin ook de gedeeltelijke of totale resuspensie van reeds bezonken slib wordt gesimuleerd. Resuspensie is het weer opnemen van al bezonken slib in de vloeistofstroom (uitschuring). De randvoorwaarde voor de bodem luidt:

$$E_z \frac{\delta C}{\delta z} + \beta W_s C = 0 \quad (4.2^g)$$

waarbij β een resuspensiefactor is. De resuspensiefactor kan achtereenvolgens de volgende waarden hebben:

- $\beta = 0$: alleen bezinking en geen resuspensie;
- $0 < \beta < 1$: er bezinkt meer slib dan er door resuspensie wordt meegenomen (gedeeltelijke uitschuring);
- $\beta = 1$: bezinking en resuspensie zijn in evenwicht;
- $\beta > 1$: meer uitschuring dan bezinking;

Voor resuspensie van slib is de vloeistofsnelheid van belang. Tot een bepaalde snelheid (u_r) zal er geen resuspensie plaatsvinden; bij een grotere snelheid, zal de resuspensie toenemen. Een mogelijke vergelijking voor de resuspensiefactor is dan:

$$\beta = 0 \quad \text{voor } \bar{u} > \bar{u}_r \quad (4.3^a)$$

$$\beta = \beta_0 [1 - e^{-a(\bar{u} - \bar{u}_r)^b}] \quad \text{voor } \bar{u} > \bar{u}_r \quad (4.3^b)$$

waarbij a en b nader te bepalen konstanten zijn.

Een andere experimentele relatie voor β is opgesteld door Takamatsu (1974), waarbij β een functie is van een bepaalde massatransport-coëfficiënt (M_t):

$$\beta = a \cdot e^{\left(-\frac{b}{M_t}\right)} \quad (4.3^c)$$

waarin de faktor

$$M_t = 3.59 \cdot e^{(58.5 \cdot F)} \quad \text{cm}^2/\text{s} \quad (4.3^d)$$

De konstanten a en b zijn experimenteel bepaald: $a = 1.17$ en $b = 8.05$. In vergelijking (4.3^d) staat F voor het Froude-getal:

$$F = \frac{u}{(g h)^{0.5}} \quad (4.3^e)$$

Het toetsen van de vergelijkingen (4.3^b) en (4.3^c) moet met behulp van de computerberekeningen respectievelijk fysische modelproeven plaatsvinden.

