

R94-02 07

## **FUNDAMENTELE ASPEKTEN VAN SLIBONTWATERING**

Deel 7: Ontwikkeling nieuw CST-apparaat



Rijkswaterstaat  
Rijksinstituut voor Integraal Zoetwaterbeheer  
en Afvalwaterbehandeling

Postbus 17, 8200 AA Lelystad



Stichting Toegepast Onderzoek  
Waterbeheer

Postbus 8090, 3503 RB Utrecht

010017  
NW 21003,94-02/7

3e generatie rioolwaterzuiveringsinrichtingen RWZI 2000

projectleiding en secretariaat: postbus 17, 8200 AA Lelystad 03200 - 70411



BIBLIOTHEEK  
FUNDAMENTELE ASPEKTEN VAN STARINGGEBOUW  
SLIBONTWATERING

Deel 7: Ontwikkeling nieuw CST-apparaat

auteur(s):

TU-Eindhoven, Laboratorium  
voor Scheidingstechnologie:

ir. A.J.M. Herwijn  
drs. E.J. La Heij  
ing. P.M.H. Janssen  
dr.ir. W.J. Coumans  
prof.dr.ir. P.J.A.M. Kerkhof

1 4 JAAR 1995



RWZI 2000 94-02

## VOORWOORD

De problematiek rond de nuttige afzet van zuiveringsslib heeft binnen het RWZI 2000 onderzoekprogramma ruim aandacht gekregen. Naast kwaliteitsverbetering van zuiveringsslib kan de omvang van het probleem worden verkleind door het volume van de hoeveelheid slib, dat vrij komt te beperken. Enerzijds door een verminderde produktie van slib bij het zuiveren van rioolwater, anderzijds door het drogestofgehalte van het gevormde zuiveringsslib te verhogen o.a door een verbeterde ontwatering. Aangezien destijds met de toenmalige, veelal op empirisch onderzoek gebaseerde inzichten en kennis geen substantiële verhoging van het drogestofgehalte was te verwachten, is in 1990 een fundamenteel onderzoek gestart naar slib/waterscheiding.

Het onderzoek is uitgevoerd in het Laboratorium voor Scheidingstechnologie van de TU-Eindhoven door een projectgroep, bestaande uit ir. A.J.M. Herwijn, drs. E.J. La Heij en ing. P.M.H. Janssen onder begeleiding van dr.ir. W.J. Coumans en prof.dr.ir. P.J.A.M. Kerkhof. Een belangrijke bijdrage aan het onderzoek is geleverd door tien afstudeerders van de faculteit Scheikundige Technologie.

Bij de uitvoering van het onderzoek werd het projectteam begeleid door een commissie bestaande uit ir. H.A. Meijer (Zuiveringsschap Hollandse Eilanden en Waarden), prof.ir. J.H.J.M. van der Graaf (TU-Delft/Witteveen & Bos), ing. R. Kampf (Hoogheemraadschap Uitwaterende Sluizen), ir. R.E.M. van Oers (Hoogheemraadschap West-Brabant), prof.dr.ir. W.H. Rulkens (LU-Wageningen), ing. G.B.J. Rijs (RIZA) en ir. P.C. Stamperius (STOWA).

Het voorliggende rapport geeft een overzicht van de verkregen onderzoeksresultaten en vormt een onderdeel van het uit acht deelrapportages bestaande eindrapport, t.w.:

- deel 1: Samenvattend verslag
- deel 2: Flocculatiemechanismen
- deel 3: Filtratie-expressie modellering
- deel 4: Filtratie-expressie experimenten
- deel 5: Slib-water binding
- deel 6: Karakterisering van slibben
- deel 7: Ontwikkeling nieuw CST-apparaat
- deel 8: Congresbijdragen

Lelystad, juli 1994

Voor de Stuurgroep RWZI 2000

prof. dr. J. de Jong  
(voorzitter)

## DANKWOORD

Onze dank gaat uit naar de studenten die in de projectgroep hun afstudeerwerk hebben verricht en een grote bijdrage hebben geleverd aan het onderzoek: Albert van Veldhuizen, Lotte Boon, Paul Dohmen, Frank Pijpers, Juul IJzermans, Diederie van Dijke, Oscar Meijer, Marga Verduin, Annemiek van der Zande en Moshe van Berlo.

Gerben Mooiweer wordt bedankt voor zijn bijdrage aan het ontwikkelen van rekenprogramma's.

Leo Pel van de faculteit Bouwkunde en Klaas Kopinga van de faculteit Technische Natuurkunde bedanken wij voor het deskundige advies en het beschikbaar stellen van de NMR-apparatuur.


Paul Buijs, Wies van Diemen en Prof. Stein van de vakgroep Thermodynamica en Colloïdchemie worden bedankt voor het beschikbaar stellen van de het ESA-meetinstrument.

Jan Denissen van TNO-keramiek wordt bedankt voor het fabriceren van keramiek voor het gemodificeerde CST-apparaat.

De technici, bedankt voor jullie ondersteuning bij het ontwerpen en bouwen van meetopstellingen.

Anniek van Bemmelen en May Rijvers bedanken wij voor het verzorgen van het eindrapport.

Namens de projectgroep,



Prof.dr.ir. P.J.A.M. Kerkhof

## INHOUDSOPGAVE

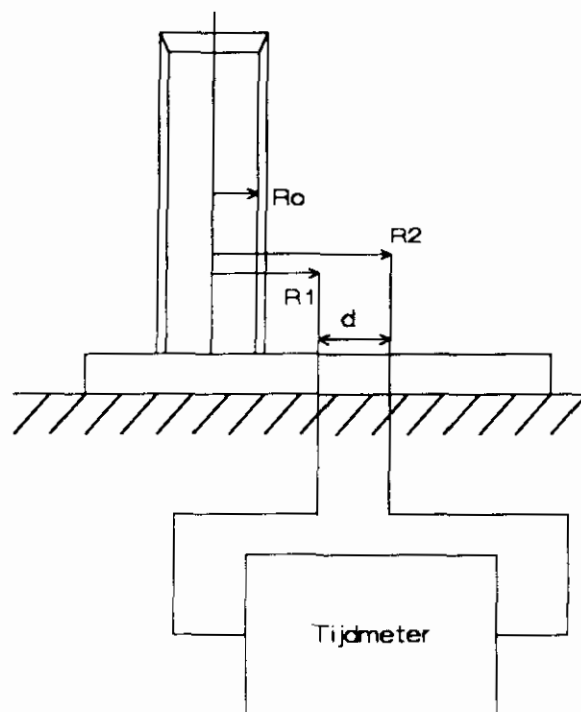
<b>1</b>	<b>INLEIDING</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>THEORETISCHE ONDERBOUWING VAN HET BEGRIP CAPILLAIRE VLOEISTOFSTROMING</b>	<b>3</b>
2.1	Thermodynamische definitie van het begrip grensvlak- spanning	3
2.1.1	Inleiding	3
2.1.2	Definitie van de thermodynamische basisvergelijkingen	3
2.1.3	Afleiding van de vergelijking van Kelvin	4
2.1.4	Afleiding van de vergelijking van Laplace	6
2.1.5	Het begrip capillaire stijghoogte	7
2.2	Capillair vloeistoftransport	8
2.2.1	Inleiding	8
2.2.2	Het begrip capillair vloeistoftransport	9
2.2.3	De Washburn-vergelijking	11
<b>3</b>	<b>MODELFORMING EN PARAMETERSTUDIES</b>	
3.1	Inleiding	15
3.2	Modelvorming CST	15
3.3	Parameterstudies	21
3.3.1	Inleiding	21
3.3.2	de numerieke oplossing van het model	21
3.3.3	De benaderende oplossing van het model	23
3.3.4	Parameterstudies	25
3.3.4.1	variatie van het produkt van de gem. spec. filtratieweerstand en massa koek afgezet per volume-eenheid filtraat	25
3.3.4.2	Variatie van de dikte van het filtermedium	27
3.3.4.3	Variatie van de grensvlakspanning	27
3.3.4.4	Variatie van de plaats van het vloeistoffront op tijdstip $t=0$	28
3.3.4.5	Variatie van de porositeit van het filtermedium	29
<b>4</b>	<b>EXPERIMENTELE VERIFICATIE VAN HET CST-MODEL</b>	
4.1	Bepaling van de constanten in het CST-model	31
4.1.1	Grensvlakspanning van het filtraat	31
4.1.2	Porositeit van het filtermedium	34
4.1.3	Permeabiliteit van het filtermedium	36
4.2	Het gemodificeerde CST apparaat	39
4.3	Experimentele resultaten en discussie	41
<b>5</b>	<b>CONCLUSIES</b>	<b>46</b>
<b>6</b>	<b>SYMBOLENLIJST</b>	<b>47</b>

<b>7 LITERATUUROPGAVE</b>	<b>49</b>
<b>APPENDIX 1. GEKROMDE OPPERVLAKKEN</b>	<b>52</b>
<b>APPENDIX 2. DE WASHBURN VERGELIJKING</b>	<b>56</b>
<b>APPENDIX 3. DE CST-MODELLEN VAN UNNO EN LEU</b>	<b>59</b>
<b>APPENDIX 4. HARKINS &amp; BROWN CORRECTIEFACTOREN</b>	<b>65</b>
<b>APPENDIX 5. DE KOZENY-CARMAN VERGELIJKING</b>	<b>67</b>
<b>APPENDIX 6. NUMERIEKE OPLOSSING CST-MODEL IN SAS</b>	<b>69</b>
<b>APPENDIX 7. VERWAARLOZEN VAN DE TERMEN 1-6 IN HET CST-MODEL</b>	<b>71</b>
<b>APPENDIX 8. BESTURINGSPROGRAMMA WEERSTANDSMETER</b>	<b>77</b>
<b>APPENDIX 9. VERGELIJKING MODEL-EXPERIMENTEN IN SAS</b>	<b>80</b>

## 1 INLEIDING.

In dit deel van het verslag wordt de ontwikkeling beschreven van een nieuw CST-apparaat. Tevens wordt een theoretisch model gepresenteerd waarmee het ontwateringsproces in een CST-apparaat kan worden beschreven. Het werk dat in dit deel is beschreven is voor een belangrijk deel uitgevoerd door afstudeerder J. IJzermans.

Het CST-instrument wordt in de praktijk toegepast om de ontwaterbaarheid van slib op snelle wijze te meten. Het meetprincipe van het instrument is eenvoudig, en luidt als volgt (figuur 1). Een cilindervormig buisje wordt op een capillair medium geplaatst. Wanneer er slib, of een andere suspensie, in het buisje wordt gebracht, zal er vloeistof (filtraat) aan het slib worden onttrokken door de zuigkracht van het capillaire medium. Hoe sneller dit proces zich voltrekt, des te beter is de ontwaterbaarheid van slib.



Figuur 1. CST-apparaat.

In figuur 1 is een conventioneel CST-apparaat weergegeven; de tijd waarin het vloeistoffront zich van  $r=R_1$  naar  $r=R_2$  voortbeweegt wordt geregistreerd. Dit tijdsverschil wordt de Capillary Suction Time (CST) genoemd.



Het onderzoek met betrekking tot de ontwikkeling van een nieuw SCT-apparaat kan globaal in drie delen worden onderverdeeld, namelijk:

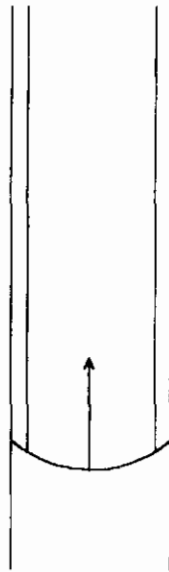
- het opstellen van een theoretisch model dat de CST voorspelt als functie van een groot aantal, bekend veronderstelde, constanten,
- het ontwikkelen van een nieuw meetinstrument, waarmee het mogelijk is de plaats van het vloeistoffront continu te registreren,
- het uitvoeren van aantal experimenten, om het opgestelde model aan de fysische realiteit te toetsen.

## 2 THEORETISCHE ONDERBOUWING VAN HET BEGRIP CAPILLAIRE VLOEISTOFSTROMING.

### 2.1 Thermodynamische definitie van het begrip grensvlakspanning.

#### 2.1.1 Inleiding.

In dit hoofdstuk wordt de thermodynamische achtergrond van het begrip grensvlakspanning beschreven. De grensvlakspanning is namelijk een belangrijke drijvende kracht voor vloeistoftransport in een capillair medium. Dit kan men als volgt inzien (figuur 2).



**Figuur 2.** Capillaire buis met vloeistofmeniscus en vloeistof-monolaag.

Wanneer bijvoorbeeld van een capillaire buis de binnenwand bedekt is met een monolaag vloeistofmoleculen (volledige bevochtiging), dan bevindt dit systeem zich in een hoge energietoestand. Onder invloed van de grensvlakspanning zal het vloeistoffront zich verder het capillair in bewegen, om zodoende de grootte van het oppervlak van de monolaag te verkleinen en daarmee ook de inwendige energie van het systeem te verlagen.

Behalve de definitie van het begrip grensvlakspanning zullen in dit hoofdstuk ook de belangrijke relaties van Kelvin en Laplace worden afgeleid, en zal ook het begrip capillaire stijghoogte worden geïntroduceerd.

#### 2.1.2 Definitie van de thermodynamische basisvergelijkingen.

Voor een open systeem met veranderende samenstelling gelden de volgende vier vergelijkingen [11,23]:

$$dU = TdS - PdV + \gamma dA + \sum_i \mu_i dn_i \quad (1)$$

$$dH = TdS + VdP + \gamma dA + \sum_i \mu_i dn_i \quad (2)$$

$$dF = -SdT - PdV + \gamma dA + \sum_i \mu_i dn_i \quad (3)$$

$$dG = -SdT + VdP + \gamma dA + \sum_i \mu_i dn_i \quad (4)$$

De symbolen hebben hierin de volgende betekenis:

P = druk [N/m<sup>2</sup>]

T = temperatuur [K]

$\gamma$  = grensvlakspanning [N/m]

$\mu_i$  = chemische potentiaal component i [J/mol]

U = inwendige energie [J]

H = enthalpie [J]

F = Helmholtz-vrije energie [J]

G = Gibbs-vrije energie [J]

S = entropie [J/K]

V = volume [m<sup>3</sup>]

A = oppervlak grensvlak [m<sup>2</sup>]

$n_i$  = aantal molen component i [mol]

Deze vier basisvergelijkingen vormen de basis voor nog volgende thermodynamische verhandelingen met betrekking tot de grensvlakspanning, een zeer belangrijke parameter voor de beschrijving van capillair vloeistoftransport.

### 2.1.3 Afleiding van de vergelijking van Kelvin.

Deze relatie beschrijft de verandering in dampspanning boven een grensvlak ten gevolge van verandering van de kromming van dat grensvlak [10]. Bij afleiding van de relatie van Kelvin wordt uitgegaan van de vierde basisvergelijking uit de vorige paragraaf.

$$dG = SdT + VdP + \gamma dA + \sum_i \mu_i dn_i \quad (5)$$

Deze relatie is in principe alleen toepasbaar wanneer men te maken heeft met een planaire grenslaag, maar onder aanname dat de grensvlakspanning ( $\gamma$ ) niet wordt beïnvloed door de kromming van de grenslaag, mag deze relatie ook hier worden toegepast.

Vergelijking (5) levert een definitie voor de chemische potentiaal op:

$$\mu_i = \left( \frac{\partial G}{\partial n_i} \right)_{n_j, T, P, A} \quad (6)$$

Deze vergelijking kan worden gebruikt bij de beschrijving van materiaaltransport door een grenslaag. De toevoeging van materiaal aan een kleine bolvormige druppel veroorzaakt echter een verandering in de grootte van het oppervlak ( $A$ ). De geassocieerde volumeverandering kan als volgt worden weergegeven:

$$dV = \sum_i v_i dn_i \quad (7)$$

Hierin wordt het partieel molaire volume van component  $i$  in de vloeistof weergegeven door  $v_i$ . Het volume en de grootte van het oppervlak van een bolvormige druppel met straal  $r$  worden respectievelijk gegeven door  $4/3\pi r^3$  en  $4\pi r^2$ , zodat voor de volumeverandering geldt  $dV = 4\pi r^2 dr$  en voor de verandering in grootte van het oppervlak geldt  $dA = 8\pi r dr$ . Hieruit volgt:

$$dA = \frac{2dV}{r} = \sum_i \frac{2v_i}{r} dn_i \quad (8)$$

Wanneer deze vergelijking wordt gecombineerd met relatie (5), dan volgt:

$$dG = -SdT + VdP + \sum_i \left[ \frac{2v_i\gamma}{r} + \mu_i \right] dn_i \quad (9)$$

De chemische potentiaal  $\mu'_i$  van component  $i$  in de druppel is dan:

$$\mu'_i = \left[ \frac{\partial G}{\partial n_i} \right]_{n_j, T, P} = \frac{2v_i\gamma}{r} + \mu_i \quad (10)$$

of

$$\mu'_i - \mu_i = \frac{2v_i\gamma}{r} \quad (11)$$

Nu kunnen de termen voor de chemische potentiaal voor planaire en gekromde grenslagen als volgt worden geschreven:

$$\mu_i = \mu_i^\ominus + R_g T \ln P_i \quad (12)$$

en

$$\mu'_i = \mu_i^\ominus + R_g T \ln P'_i \quad (13)$$

Hierin is  $P_i$  de partiële dampspanning van component  $i$  boven een planair grensvlak,  $P'_i$  de partiële dampspanning boven een gekromd grensvlak en  $\mu_i^\ominus$  een slechts van temperatuur en druk afhankelijke constante.  $R_g$  representeert de gasconstante. Wanneer deze beide relaties worden ingevuld in vergelijking (11), volgt de relatie die bekend staat als de vergelijking van Kelvin.

$$\ln \frac{P'_i}{P_i} = \frac{2v_i\gamma}{rR_gT} \quad (14)$$

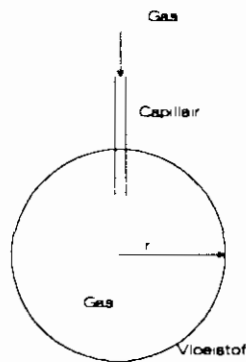
Deze relatie is dus alleen geldig indien men te maken heeft met een bolvormige druppel. Voor elke andere vorm van het grensvlak verandert vergelijking (14) in:

$$\ln \frac{P'_i}{P_i} = \frac{v_i\gamma}{R_gT} \left[ \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right] \quad (15)$$

Hierin zijn  $r_1$  en  $r_2$  de basiskromtestralen. Voor nadere definitie van de basiskromtestralen, wordt verwezen naar appendix 1.

#### 2.1.4 Afleiding van de vergelijking van Laplace.

Deze relatie beschrijft het verband tussen de totale druk in bijvoorbeeld een gasbel als functie van de krommingstraal van die gasbel [10,16,19]. Er wordt uitgegaan van een bolvormige gasbel in vloeistof, bij afwezigheid van externe velden (figuur 3).



**Figuur 3:** Een gasbel in vloeistof

Wanneer de gasbel wordt vergroot door er extra gas in te voeren, kan de arbeid die daarvoor nodig is als volgt worden weergegeven:

$$\gamma dA = (P_g - P_l) dV \quad (16)$$

Hierin wordt de druk in de gas- c.q. vloeistoffase weergegeven door  $P_g$  en  $P_l$ . Indien vergelijking (16) wordt gecombineerd met vergelijking (8), dan leidt dit tot de Laplace vergelijking voor een bolvormige grenslaag.

$$P_g - P_l = \Delta P = \frac{2\gamma}{r} \quad (17)$$

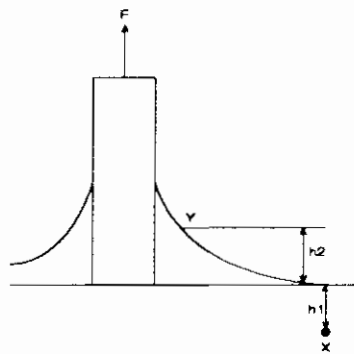
In het geval van een niet-bolvormig grensvlak luidt die zelfde vergelijking (appendix 1):

$$\Delta P = \gamma \left[ \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right] \quad (18)$$

Dit is de fundamentele vergelijking die de vorm van alle macroscopische menisci kan beschrijven, en als uitgangspunt dient voor meer complexe beschrijvingen, waarin bijvoorbeeld ook met de invloed van de zwaartekracht op de vorm van de meniscus wordt rekening gehouden.

### 2.1.5 Het begrip capillaire stijghoogte.

Figuur 4 laat een plaat vast materiaal zien die op een vloeistofoppervlak op zijn plaats wordt gehouden door kracht  $F$ . Er is sprake van een evenwichtssituatie waar de kracht  $F$  in evenwicht is met de zwaartekracht die op de plaat werkt, plus de kracht die de meniscus uitoefent [11, 22].



**Figuur 4.** Een plaat vaste stof op een vloeistofoppervlak.

Indien in de situatie van figuur 4 de atmosferische druk gelijk aan  $P$  is, dan is de druk in punt  $X$ , een afstand  $h_1$  onder het vloeistofoppervlak, gelijk aan:

$$P_x = P + h_1 \rho g \quad (19)$$

De dichtheid van de vloeistof wordt weergegeven door  $\rho$ , de zwaartekrachtversnelling door  $g$ . Hieruit volgt dat de druk in punt  $Y$ , dat boven het normale vloeistofniveau ligt, gelijk is aan:

$$P_y = P - h_2 \rho g \quad (20)$$

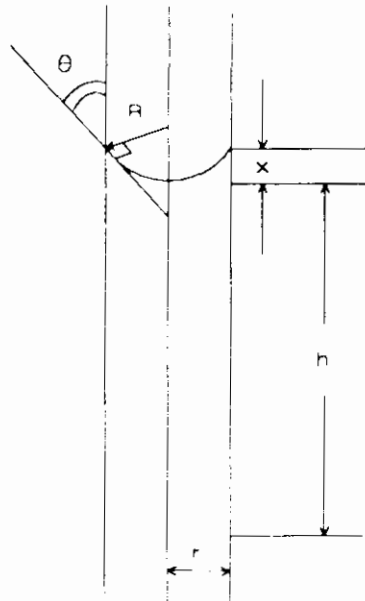
Hierin is  $h_2$  de hoogte van punt  $Y$  boven het vloeistofoppervlak. In elk punt op hetzelfde horizontale niveau in de meniscus zal dezelfde druk heersen, zodat om de meniscus in verticale richting te doorkruisen er een stijging van de druk zal moeten plaatsvinden van  $P_y$  naar  $P$ . Volgens vergelijking (20) is dit drukverschil gelijk aan  $h_2 \rho g$ .

Wanneer dit feit wordt gecombineerd met de Laplace-vergelijking (18), levert dat het

volgende resultaat:

$$h_2 \rho g = \gamma \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad (21)$$

Het begrip capillaire stijghoogte wordt verduidelijkt in figuur 5. De meniscus zal net zolang blijven stijgen totdat er een hydrostatisch evenwicht is bereikt (vergelijking 21).



**Figuur 5.** Een vloeistofmeniscus in een capillaire buis.

In het eenvoudigste geval, waarbij wordt aangenomen dat de meniscus een deel van een bol met een straal  $R$  is, en de hoeveelheid vloeistof boven hoogte  $h$  (de hoogte  $x$ ) wordt verwaarloosd, mag voor een cilindrische buis met straal  $r$  de Laplace vergelijking als volgt worden geschreven:

$$\Delta P = h \rho g = \frac{2\gamma}{R} = \frac{2\gamma \cos \theta}{r} \quad (22)$$

## 2.2 Capillair vloeistoftransport

### 2.2.1 Inleiding

Capillair vloeistoftransport is een belangrijk onderdeel van de theoretische bestudering van Capillary Suction Time (CST). Aan het onderwerp capillair vloeistoftransport is reeds veel onderzoek verricht [4,13,16,18,19,21], omdat het verschillende praktische toepassingen kent, zoals:

- de verplaatsing van water en olie in verschillende bodemsoorten,
- de impregnatie van hout met vloeistoffen,

- de bepaling van porositeit en dichtheid van poreuze media,
- de bepaling van grensvlakspanning en viscositeit van vloeistoffen,
- drogen of mechanisch ontwateren van klei, poeders en slib,
- poreuze electrodes,
- bevochtiging van papier en textiel,
- de mate van penetratie van regenwater in muren en daken.

In het vervolg van dit hoofdstuk zal het begrip capillair vloeistoftransport verder worden behandeld, en zal de belangrijke relatie van Washburn worden afgeleid.

### 2.2.2 Het begrip capillair vloeistoftransport.

Capillair vloeistoftransport kan worden gedefinieerd als vloeistofstroming onder invloed van de grensvlakspanning van die vloeistof [19]. Net als bij gewone vloeistofstroming wordt capillaire vloeistofstroming veroorzaakt door een drukverschil. De richting van de vloeistofstroming is zodanig dat dit drukverschil kleiner wordt of verdwijnt.

In de meeste gevallen van capillair vloeistoftransport betreft het systemen met een vaste stof, een vloeistof en een tweede vloeibare fase (gas of een andere niet-mengbare vloeistof). In een dergelijk systeem bestaan er twee basisfactoren die de drijvende kracht voor capillair vloeistoftransport bepalen:

1. de grensvlakspanning tussen de twee vloeibare fases,
2. de contacthoek van de vloeistof met de vaste fase,

In de volgende nadere toelichting van deze twee factoren zal de zwaartekracht buiten beschouwing worden gelaten.

**ad 1.** Zoals in het vorige hoofdstuk reeds is aangetoond, veroorzaakt de grensvlakspanning een verschil in hydrostatische druk over het grensvlak indien het grensvlak gekromd is.

Hiervoor is de relatie van Laplace afgeleid (18):

$$P_{cap} = P_1 - P_2 = \gamma_{l,v} \left[ \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right] \quad (23)$$

Indien het oppervlak deel uitmaakt van een bol, luidt die zelfde vergelijking (17):

$$P_{cap} = P_1 - P_2 = \frac{2\gamma_{l,v}}{R} \quad (24)$$

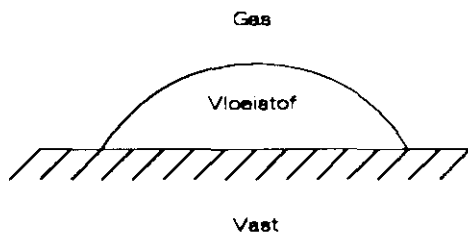
Het is duidelijk dat het teken van  $P_{cap}$  in de vergelijkingen (23) en (24) afhangt van de fase waarin  $P_1$  en  $P_2$  worden gemeten, en zodoende arbitrair is. Meestal echter staat  $P_1$  voor de druk binnen de vloeistoffase, en  $P_2$  voor de druk in de aangrenzende vloeibare fase.

Verder is het duidelijk dat in systemen met een constante grensvlakspanning,  $P_{cap}$  alleen afhankelijk is van de kromming van het oppervlak.

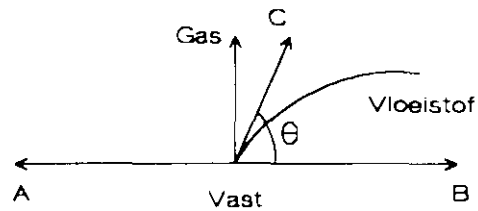
**ad 2.** Bij capillaire vloeistofstroming treedt er een situatie op waar een drie-fasen grensvlak



ontstaat, te weten het vaste capillaire medium (S), de vloeistof die door dat medium stroomt (L), en tenslotte een tweede vloeibare fase (meestal een gas), die zich reeds in de poriën bevindt (V). Deze situatie kan worden voorgesteld door een druppel vloeistof die in contact is met een planair vast oppervlak en is omgeven met een gas (figuur 6).



**Figuur 6.** Vloeistofdruppel op vast oppervlak



**Figuur 7.**  $A = \gamma_{SV}$ ,  $B = \gamma_{SL}$ ,  $C = \gamma_{LV}$

Er zijn nu, afhankelijk van de verschillende grensvlakspanningen (figuur 7), twee mogelijkheden:

- de vloeistof verspreidt zich volledig over het grensvlak,
- een vloeistofdruppel met een bepaalde contacthoek ( $\theta$ ) zal blijven bestaan.

Voor dit laatste geval geldt dat bij evenwicht de algebraïsche som van de horizontale componenten van de drie grensvlakkrachten, die in de drie-fasen grenslijn aangrijpen, gelijk aan nul is:

$$\gamma_{SV} = \gamma_{SL} + \gamma_{LV} \cos \theta \quad (25)$$

Deze vergelijking staat bekend als de relatie van Young. Het bestaan van een bepaalde contacthoek is een belangrijk gegeven bij de bestudering van capillair vloeistoftransport. Een nadeel van deze relatie is dat  $\gamma_{SV}$  en  $\gamma_{SL}$  niet meetbaar zijn. Met behulp van de vergelijking van Dupré, die er als volgt uit ziet:

$$W_{SL} = \gamma_{SV} + \gamma_{LV} - \gamma_{SL} \quad (26)$$

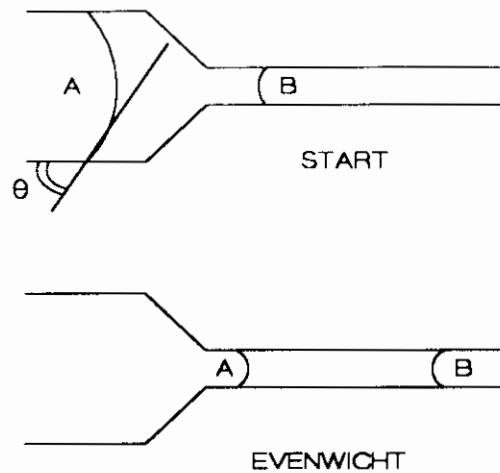
wordt dit probleem opgelost. Hierin is  $W_{SL}$  de adhesie-arbeid, die gelijk is aan de arbeid om een oppervlakte-eenheid van het SL-grensvlak te scheiden, zodat er een SV- en een LV-grensvlak ontstaat.

Substitutie van de vergelijking van Young (25) in vergelijking (26) levert:

$$W_{SL} = \gamma_{LV} (1 + \cos \theta) \quad (27)$$

Nu de basisfactoren bekend zijn kan er een evaluatie worden gemaakt van de drijvende

kracht. Als voorbeeld kan hiervoor de situatie worden genomen die staat weergegeven in figuur 8.



**Figuur 8.** Capillaire flow in een horizontale buis.

Bij de startsituatie is er sprake van een verschillende druk in de punten A en B:

$$P_{cap} = 2\gamma_{LV}\cos\theta \cdot \left[ \frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right] \quad (28)$$

Hierin is  $\theta$  de contacthoek (identiek in A en B),  $r$  de buisstraal in punt B en  $r'$  de buisstraal in punt A. Bij een bepaalde waarde van de contacthoek en de grensvlakspanning bestaat er, afhankelijk van de twee kromtestralen, een drijvende kracht ( $P_{cap}$ ) voor capillaire vloeistofstroming.

### 2.2.3 De Washburn-vergelijking.

De Washburn-vergelijking is de relatie die de plaats van het vloeistoffront beschrijft in een cilindrische buis, onder invloed van een capillaire drijvende kracht voor vloeistofstroming. De oorspronkelijke afleiding die door Washburn in 1921 is gepresenteerd, is gegeven in appendix 2. In deze paragraaf wordt een vereenvoudigde Washburn-relatie afgeleid, op basis van de wet van Poiseuille voor laminaire flow in een cilindrische buis.

Deze laatstgenoemde vergelijking luidt:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\pi r^4 \Delta P}{8\eta l} \quad (29)$$

met beginvoorwaarde :  $t=0 : V=0$

Deze vergelijking kan ook worden geschreven als:

$$\frac{dl}{dt} = \frac{1}{A} \cdot \frac{dV}{dt} = \frac{r^2 \Delta P}{8\eta l} \quad (30)$$

met beginvoorwaarde :  $t=0 : l=0$

De symbolen hebben hierin de volgende betekenis:

$\eta$  = viscositeit [Ns/m<sup>2</sup>]

$V$  = volume [m<sup>3</sup>]

$t$  = tijd [s]

$r$  = straal cilindrische buis [m]

$l$  = afgelegde afstand in de buis [m]

$\Delta P$  = drukverschil over afstand  $l$  [N/m<sup>2</sup>]

$A$  = doorsnede cilindrische buis ( $\pi r^2$ ) [m<sup>2</sup>]

Het drukverschil wordt in het geval van capillaire vloeistofstroming beschreven door de vergelijking van Laplace, zie vergelijkingen (23) en (24):

$$\Delta P = P_{cap} = \frac{2\gamma_{LV}}{R} = \frac{2\gamma_{LV}\cos\theta}{r} \quad (31)$$

In deze vergelijking wordt uitgegaan van een bolvormige meniscus, waarvan de kromtestraal gelijk aan  $R$  is, en een contacthoek tussen vaste en vloeibare fase ter grootte  $\theta$ . Indien de relaties (30) en (31) worden gecombineerd volgt de Washburn-relatie:

$$\frac{dl}{dt} = \frac{\left[ \frac{r^2 2\gamma_{LV}\cos\theta}{r} \right]}{8\eta l} = \frac{\gamma_{LV} r \cos\theta}{4\eta l} \quad (32)$$

In het geval van horizontale capillaire buizen, of in het algemeen voor situaties waar de invloed van de zwaartekracht mag worden verwaarloosd, beschrijft de Washburn-relatie hoever een vloeistoffront een capillaire buis binnendringt.

Wanneer de differentiaalvergelijking wordt opgelost, leidt dat tot de volgende relatie voor  $l$  als functie van  $t$ :

$$\int_0^l l dl = \int_0^t \frac{\gamma_{LV} r \cos\theta}{4\eta} \cdot dt \quad (33)$$

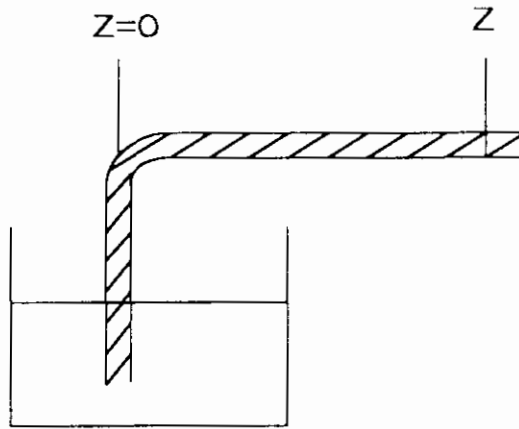
zodat:

$$\frac{1}{2} l^2 = \frac{\gamma_{LV} r \cos \theta}{4\eta} \cdot t \quad (34)$$

hetgeen vereenvoudigd leidt tot:

$$l = \sqrt{\frac{\gamma_{LV} r \cos \theta}{2\eta} \cdot t} \quad (35)$$

Deze zelfde vergelijking kan ook op een andere manier worden afgeleid, namelijk door gebruik te maken van een krachtenbalans. Er wordt uitgegaan van een hoofdwet uit de mechanica: kracht is gelijk aan het produkt van massa en versnelling.



**Figuur 9.** Capillaire buis in vloeistof.

De volgende vergelijking kan nu worden opgesteld:

$$\rho \pi r^2 z \frac{d^2 z}{dt^2} = F_{cap} - F_w \quad (36)$$

Hierin is  $r$  de straal van het buisje dat wordt weergegeven in figuur 9,  $F_{cap}$  is de capillaire zuigkracht, en  $F_w$  is de wrijvingskracht. Wanneer de vloeistof "ver" genoeg in het buisje is doorgedrongen, zal er een quasi-stationaire toestand heersen, waarin de versnelling van de vloeistof gelijk aan nul is. Vergelijking (36) gaat dan over in:

$$0 = F_{cap} - F_w \quad (37)$$

De capillaire zuigkracht  $F_{cap}$  kan worden geschreven als het produkt van de capillaire zuigdruk en het oppervlak van de dwarsdoorsnede van het buisje:

$$F_{cap} = \frac{2\gamma_{LV}\cos\theta}{r} \cdot \pi r^2 = \gamma_{LV}\cos\theta \cdot 2\pi r \quad (38)$$

De wrijvingskracht (volgens Poiseuille) wordt weergegeven in de volgende relatie:

$$F_w = 8\pi\eta v z \quad (39)$$

Hierin is  $v$  de gemiddelde snelheid over de doorsnede van het oppervlak. Na combinatie van de vergelijkingen (37), (38) en (39) volgt:

$$\gamma_{LV}\cos\theta \cdot 2\pi r = 8\pi\eta v z \quad (40)$$

zodat:

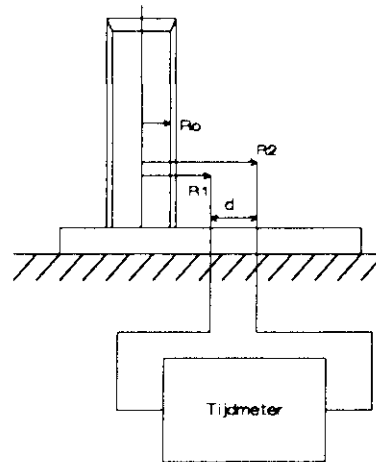
$$v(z) = \frac{dz}{dt} = \frac{\gamma_{LV}\cos\theta \cdot r}{4\eta z} \quad (41)$$

Deze vergelijking komt overeen met relatie (32), zodat ook vergelijking (41) de relatie van Washburn representeert.

### 3 MODELVORMING EN PARAMETERSTUDIES.

#### 3.1 Inleiding.

Het conventionele capillary suction time (CST) apparaat is een instrument dat op eenvoudige wijze een indruk geeft van de ontwaterbaarheid van slib [3,6,15,24,25,26,27]. In de onderstaande figuur is een prinscheschets van het apparaat gegeven.



Figuur 10. CST-apparaat.

Het instrument bestaat uit een cilindervormig buisje dat rust op een stuk filtreerpapier. Wanneer slib, of een andere suspensie, in het buisje wordt gebracht, zal er onder invloed van onder andere de capillaire zuigkracht van het papier en de vloeistofkolomdruk, vloeistof in het papier trekken, die zich in radiale richting zal voortbewegen. Op plaats  $r=R_1$  (6 mm) is in een plexiglas plaatje dat op het filtreerpapier ligt een elektrode gemonteerd, zodat, wanneer het vloeistoffront hier arriveert, een elektrisch signaal wordt gegeven, waarna de tijdsmeting zal beginnen. Wanneer het vloeistoffront plaats  $r=R_2$  (13 mm) bereikt, stopt de tijdsmeting. Het gemeten tijdsverschil noemt men capillary suction time, afgekort CST. Deze CST is een maat voor de ontwaterbaarheid van slib; hoe kleiner de CST, des te beter is de ontwaterbaarheid.

In het vervolg van dit hoofdstuk zal een model worden afgeleid dat de plaats van het vloeistoffront beschrijft als functie van de tijd. Bij deze afleiding is er vanuit gegaan dat het vloeistoffront cirkelvormig is. In appendix 3e wordt het afgeleide model vergeleken met twee reeds bestaande modellen. Dit hoofdstuk wordt besloten met een aantal parameterstudies, om een indruk te krijgen van de fysische resultaten van het model.

#### 3.2 Modelvorming CST.

Aan de basis van het model staat een viertal basisvergelijkingen. Twee relaties beschrijven de drukval over de slibkoek, twee andere relaties de drukval over het filtermedium.

1. De eerste basisvergelijking luidt, volgens de wet van Darcy [18]:

$$\Delta P_s = \frac{1}{A} \frac{\eta L}{K_s} \frac{dV}{dt} = \frac{\eta \alpha_m C}{2A^2} \frac{dV^2}{dt} \quad (42)$$

met beginvoorwaarde:  $t=0 : V=0$

De gemiddelde specifieke filtratieweerstand  $\alpha_m$  is gedefinieerd als:

$$\alpha_m = \frac{1}{CK_s} \quad (43)$$

De symbolen hebben hierin de volgende betekenis:

$\Delta P_s$  = drukval over de slibkoek [N/m<sup>2</sup>]

A = oppervlakte buisdoorsnede [m<sup>2</sup>]

$\eta$  = viscositeit filtraat [Ns/m<sup>2</sup>]

L = dikte filterkoek [m]

$K_s$  = permeabiliteit van slib voor filtraat [m<sup>2</sup>]

V = filtraatvolume [m<sup>3</sup>]

t = tijd [s]

C = massa koek afgezet per volume-eenheid filtraat [kg/m<sup>3</sup>]

2. De tweede basisvergelijking beschrijft het gegeven dat het drukverschil over de slibkoek is opgebouwd uit twee componenten, namelijk de vloeistofdruk boven de koek, en de capillaire zuigkracht die wordt uitgeoefend door het filtreerpapier.

$$\Delta P_s = \rho_s g H + \frac{F'}{A} \quad (44)$$

De symbolen hebben hierin de volgende betekenis:

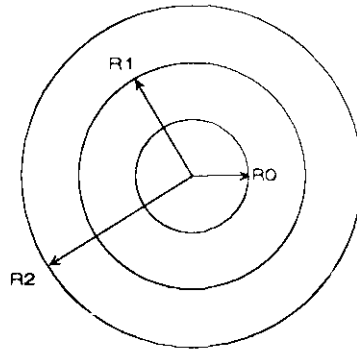
$\rho_s$  = dichtheid slib [kg/m<sup>3</sup>]

g = zwaartekrachtversnelling [m/s<sup>2</sup>]

H = hoogte slibkolom [m]

F' = zuigkracht filtreerpapier [N]

3. De derde basisvergelijking, die het drukverschil over het filtermedium beschrijft, is enigszins complexer dan de vorige twee relaties. Men kan ook hier de wet van Darcy gebruiken, waarbij dan rekening moet worden gehouden met het feit dat het door de vloeistof doorstroomde oppervlak niet constant is, maar groter wordt met het verloop van de tijd. Dit is aan de hand van figuur 11 duidelijk in te zien.



**Figuur 11.** Verplaatsing vloeistoffront, bovenaanzicht.

Indien het vloeistoffront zich in de tijd verplaatst vanaf  $R_0$  naar  $R_2$ , neemt het door de vloeistof doorstroomde oppervlak, dat gelijk is aan de omtrek maal de dikte van het filtermedium, toe.

De volgende vorm van de wet van Darcy kan nu worden geformuleerd:

$$\frac{dP}{dr} = - \frac{\eta}{2\pi r h K_f} \frac{dV}{dt} \quad (45)$$

met randvoorwaarde :  $r=R_0 : P=P_0$

Oplossen van de differentiaalvergelijking levert:

$$\int_{P_0}^P dP = - \frac{dV}{dt} \frac{\eta}{2\pi h K_f} \int_{R_0}^r \frac{dr}{r} \quad (46)$$

zodat:

$$P_0 - P = \Delta P_f = \frac{\eta}{2\pi h K_f} \ln \left[ \frac{r}{R_0} \right] \frac{dV}{dt} \quad (47)$$

De symbolen hebben hierin de volgende betekenis:

- $P$  = druk [ $N/m^2$ ]
- $r$  = plaats vloeistoffront op tijdstip  $t$  [m]
- $R_0$  = plaats vloeistoffront op tijdstip  $t=0$  (= inwendige buisstraal) [m]
- $h$  = dikte filtermedium [m]
- $K_f$  = permeabiliteit van filtermedium voor filtraat [ $m^2$ ]
- $\Delta P_f$  = drukverschil over het filtermedium [ $N/m^2$ ]

4. De vierde basisvergelijking is analoog aan vergelijking (44) en luidt als volgt:



$$2\pi rh\Delta P_f = \beta\gamma 2\pi rh - F' \quad (48)$$

De symbolen hebben hierin de volgende betekenis:

$\gamma$  = grensvlakspanning filtraat [N/m]

$\beta$  = bevochtigingsparameter [m<sup>-1</sup>]

De grootheid  $\beta$  wordt geïntroduceerd omdat de drijvende kracht afhankelijk is van de mate van bevochtiging van het oppervlak (2.1.1), en kan als volgt worden geschreven:

$$\beta = \frac{\text{totaal bevochtigd oppervlak}}{\text{volume beschikbaar voor vloeistofstroming}} \quad (49)$$

hetgeen overeenkomt met:

$$\beta = \frac{1}{R_h} = \frac{\left[ \frac{\text{bevochtigd oppervlak}}{\text{bedvolume}} \right]}{\left[ \frac{\text{porievolume}}{\text{bedvolume}} \right]} = \frac{a}{\varepsilon} \quad (50)$$

Duidelijk is dat de bevochtigingsparameter  $\beta$  volgens vergelijking (22) afhankelijk is van de contacthoek tussen de vaste stof en de vloeistof, en van de diameter van het capillair.

Voor  $a$  geldt de volgende relatie:

$$a = a_v(1-\varepsilon) \quad (51)$$

waarin  $a_v$  het specifiek oppervlak representeert, in m<sup>2</sup>/m<sup>3</sup> en  $\varepsilon$  de porositeit (de fractie poriën). Voor  $\beta$  geldt nu tenslotte:

$$\beta = \frac{1}{R_h} = \frac{a_v(1-\varepsilon)}{\varepsilon} \quad (52)$$

De vier basisvergelijkingen die de basis van het model vormen zijn nu bekend. Uit de vergelijkingen (44) en (48) volgt:

$$F' = \beta\gamma 2\pi rh - 2\pi rh\Delta P_f = A\Delta P_s - A\rho_s gH \quad (53)$$

Het filtratie-oppervlak  $A$  is gelijk aan  $\pi R_0^2$ . Substitutie van de vergelijkingen (42) en (47), in vergelijking (53) geeft de volgende vergelijking:

$$\rho_s gH\pi R_0^2 = \frac{\pi R_0^2 \eta \alpha_m C}{2(\pi R_0^2)^2} \frac{dV^2}{dt} + \frac{2\pi \eta h r \ln \left[ \frac{r}{R_0} \right]}{2\pi h K_f} \frac{dV}{dt} - \beta\gamma 2\pi rh \quad (54)$$

Voor het filtraatvolume kan de volgende vergelijking worden opgesteld:

$$V = \varepsilon h \pi (r^2 - R_0^2) \quad (55)$$

Indien deze relatie wordt ingevuld in vergelijking (54), levert dat, na het uitdelen van een aantal constanten, de volgende differentiaalvergelijking:

$$\rho_s g H R_0^2 = \frac{\eta \alpha_m C \varepsilon^2 h^2}{2R_0^2} \frac{d(r^2 - R_0^2)^2}{dt} + \frac{r \ln \left[ \frac{r}{R_0} \right] \eta \varepsilon h}{K_F} \frac{d(r^2 - R_0^2)}{dt} - 2\beta \gamma r h \quad (56)$$

met beginvoorwaarde:  $t=0 : r=R_0$

Met betrekking tot de differentiaalrekening geldt:

$$\frac{d(r^2 - R_0^2)}{dt} = \frac{d(r^2)}{dt} \quad (57)$$

en

$$\frac{d(r^2)}{dt} = 2r \frac{dr}{dt} \quad (58)$$

Indien de regel, gepresenteerd in vergelijking (58), wordt toegepast op vergelijking (56), resulteert dat in de volgende relatie:

$$\begin{aligned} \rho_s g H R_0^2 &= \frac{2(r^2 - R_0^2) \eta \alpha_m C \varepsilon^2 h^2}{2R_0^2} \frac{d(r^2 - R_0^2)}{dt} \\ &+ \frac{r \ln \left[ \frac{r}{R_0} \right] \eta \varepsilon h}{K_F} \frac{d(r^2 - R_0^2)}{dt} - 2\beta \gamma r h \end{aligned} \quad (59)$$

Na toepassing van de regel weergegeven in vergelijking (57), gaat vergelijking (59) over in:

$$\rho_s g H R_0^2 = \frac{2(r^2 - R_0^2) \eta \alpha_m C \varepsilon^2 h^2}{2R_0^2} \frac{d(r^2)}{dt} + \frac{r \ln \left[ \frac{r}{R_0} \right] \eta \varepsilon h}{K_F} \frac{d(r^2)}{dt} - 2\beta \gamma r h \quad (60)$$

of

$$\begin{aligned}
 & (\rho, gHR_0^2 + 2\beta\gamma rh) = \\
 & \left[ \frac{r^2\eta\alpha_m C\varepsilon^2 h^2}{R_0^2} - \eta\alpha_m C\varepsilon^2 h^2 + \frac{r\ln(r)\eta\epsilon h}{K_f} - \frac{r\ln(R_0)\eta\epsilon h}{K_f} \right] \frac{d(r^2)}{dt}
 \end{aligned} \tag{61}$$

Deze vergelijking kan, na het nogmaals toepassen van de regel gepresenteerd in vergelijking (58), als volgt worden weergegeven:

$$\begin{aligned}
 & (\rho, gHR_0^2 + 2\beta\gamma rh) = \\
 & \left[ \frac{2r^3\eta\alpha_m C\varepsilon^2 h^2}{R_0^2} - 2\eta\alpha_m C\varepsilon^2 h^2 r + \frac{2r^2\ln(r)\eta\epsilon h}{K_f} - \frac{2r^2\ln(R_0)\eta\epsilon h}{K_f} \right] \frac{dr}{dt}
 \end{aligned} \tag{62}$$

Vereenvoudigd luidt deze differentiaalvergelijking:

$$A = [Fr^3 - Gr + Lr^2\ln r - Mr^2] \frac{dr}{dt} - Br \tag{63}$$

De hoofdletters hebben hierin de volgende betekenissen:

$$A = \rho, gHR_0^2 \tag{64}$$

$$F = \frac{2\eta\alpha_m C\varepsilon^2 h^2}{R_0^2} \tag{65}$$

$$G = 2\eta\alpha_m C\varepsilon^2 h^2 \tag{66}$$

$$L = \frac{2\eta\epsilon h}{K_f} \tag{67}$$

$$M = \frac{2\ln(R_0)\eta\epsilon h}{K_f} \tag{68}$$

$$B = 2\beta\gamma h \tag{69}$$

Wanneer de beginvoorwaarde wordt ingevuld gaat de differentiaalvergelijking over in de volgende integraal:

$$\int_{R_0}^R \frac{Fr^3}{A + Br} dr - \int_{R_0}^R \frac{Gr}{A + Br} dr + \int_{R_0}^R \frac{Lr^2 \ln r}{A + Br} dr - \int_{R_0}^R \frac{Mr^2}{A + Br} dr = \int_0^t dt \quad (70)$$

Van deze integraal zijn de termen 1, 2 en 4 analytisch oplosbaar, voor de derde term is zo'n oplossing echter niet voorhanden.

Vergelijking (70) geeft een model weer, dat de radiale positie van het vloeistoffront in het filtreerpapier als functie van de tijd beschrijft. Indien er voor vergelijking (70) een numerieke oplossing wordt ontwikkeld, is er een model voor handen dat aan de praktijk kan worden getoetst. Hierop wordt in de volgende paragraaf nader ingegaan.

### 3.3 Parameterstudies.

#### 3.3.1 Inleiding.

Gebleken is dat de integraal, gepresenteerd in vergelijking (70) niet analytisch oplosbaar is. Deze vergelijking ziet er als volgt uit:

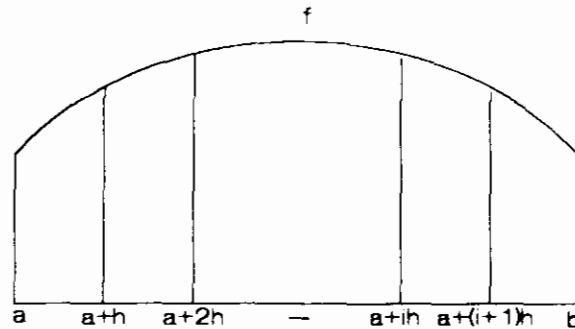
$$\int_{R_0}^R \frac{Fr^3}{A + Br} dr - \int_{R_0}^R \frac{Gr}{A + Br} dr + \int_{R_0}^R \frac{Lr^2 \ln r}{A + Br} dr - \int_{R_0}^R \frac{Mr^2}{A + Br} dr = \int_0^t dt \quad (71)$$

Er bestaan nu twee mogelijkheden om het probleem op te lossen, en zo het model toch aan de praktijk te kunnen toetsen. De eerste mogelijkheid is het ontwikkelen van een numerieke oplossing van het probleem. De tweede manier van aanpak is het verwaarlozen van een niet of minder relevante term in vergelijking (71), zodat er wel een analytische oplossing van het probleem mogelijk is. Beide mogelijkheden zijn onderzocht. Hierover wordt in het vervolg van deze paragraaf verslag gedaan. Tenslotte worden in deze paragraaf verschillende parameterstudies behandeld, waarin de invloed van de verschillende constanten in het model op de positie van het cirkelvormig vloeistoffront als functie van de tijd wordt bepaald.

#### 3.3.2 De numerieke oplossing van het model.

Er is een numerieke oplossing ontwikkeld op basis van de trapeziumbenadering. Deze veel gebruikte numerieke integratiemethode is weergegeven in figuur 12.

Laat  $n$  een natuurlijk getal zijn. Het interval  $[a,b]$  wordt in  $n$  deelintervallen verdeeld, ieder ter lengte  $h = (b-a)/n$ . Het getal  $h$  wordt de stapgrootte genoemd.



**Figuur 12.** Trapeziummethode, interval  $[a,b]$  onder-

Voor de integraal verdeeld in  $n$  intervallen.

kan nu de volgen-

de benadering worden opgesteld:

$$I = \int_a^b f(x) dx = \sum_{i=0}^{n-1} \int_{a+ih}^{a+(i+1)h} f(x) dx \quad (72)$$

Iedere aparte deelintegraal achter het somteken kan als volgt worden benaderd:

$$\int_{a+ih}^{a+(i+1)h} f(x) dx \approx \frac{1}{2} h (f(a+ih) + f(a+(i+1)h)) \quad (73)$$

Als benadering voor de integraal  $I$  geldt nu tenslotte:

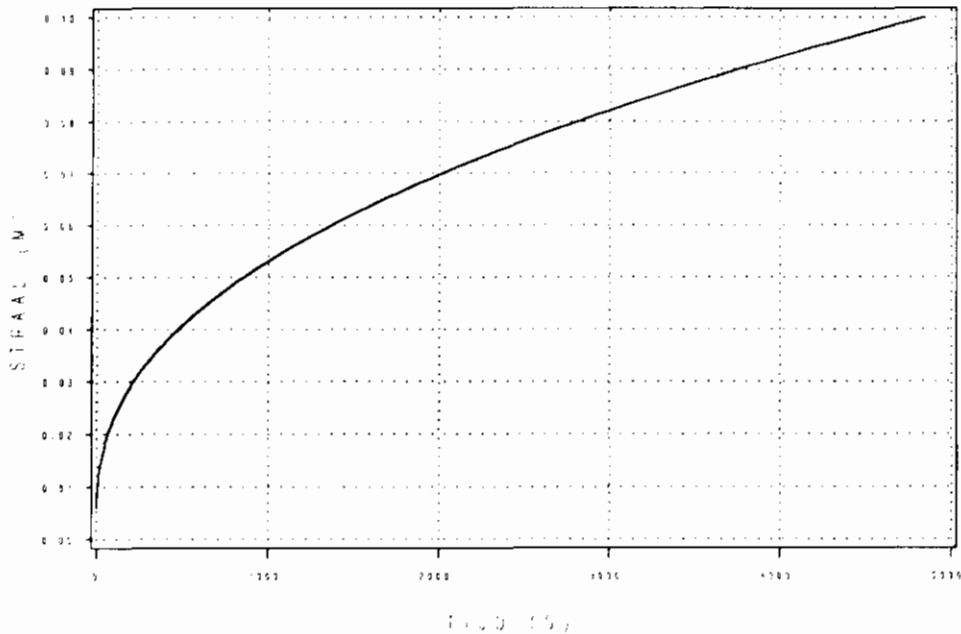
$$I \approx \sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{2} h (f(a+ih) + f(a+(i+1)h)) \quad (74)$$

Duidelijk is dat hoe kleiner de stapgrootte wordt gekozen, des te beter de benadering overeenkomt met de uitkomst van de exacte oplossing van de integraal.

Op deze manier is ook voor het afgeleide CST-model een numerieke oplossing opgesteld, weergegeven in appendix 6.

Het resultaat van een numerieke oplossing is weergegeven in figuur 13. De constanten die bij deze numerieke oplossing zijn gebruikt, zijn onder de figuur weergegeven. Deze constanten zijn fysisch reëel voor de nieuw te ontwikkelen meetopstelling (§4.2).

## NUMERIEKE OPLOSSING



**Figuur 13.** Resultaat numerieke oplossing bij een bepaalde set constanten.

$\rho_s = 1030 \text{ kg/m}^3$	$H = 0,06 \text{ m}$	$C = 20 \text{ kg/m}^3$
$\mu = 0,001 \text{ Ns/m}^2$	$\alpha_m = 1 \cdot 10^{10} \text{ m/kg}$	$h = 0,001 \text{ m}$
$\varepsilon = 0,4053$	$\beta\gamma = 7,358 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$	$K_f = 1,315 \cdot 10^{15} \text{ m}^2$
$R_0 = 0,006 \text{ m}$		

### 3.3.3 De benaderende oplossing van het model.

In de vorige paragraaf is een numerieke oplossing van het model gepresenteerd. In deze paragraaf zal worden geprobeerd een benaderende analytische oplossing te ontwikkelen. De benadering zal dan moeten bestaan uit de verwaarlozing van een van de termen uit het model dat in vergelijking (71) is gepresenteerd. Het model kan ook als volgt worden geschreven:

$$\int_{r_0}^R \frac{Fr^3 - Gr + Lr^2 \ln r - Mr^2}{A + Br} dr = \int_0^t dt \quad (75)$$

Een analytische oplossing is mogelijk indien de term  $Lr^2 \ln r$ , de term  $Br$  of de term  $A$  kan worden verwaarloosd. In appendix 7 wordt een parameterstudie gepresenteerd, bij dezelfde set constanten als in appendix 6, waarbij telkens één van de zes termen van het model in de numerieke oplossingsprocedure werd verwaarloosd. Dit is dus een zuiver mathematische handeling, niet gebaseerd op enige fysische realiteit, waarmee men echter wel een indruk krijgt van de importantie van de verschillende termen ten opzichte van elkaar.

De termen zijn als volgt gedefinieerd:

- term 1 :  $Fr^3$
- term 2 :  $Gr$
- term 3 :  $Lr^2 \ln r$
- term 4 :  $Mr^2$
- term 5 :  $A$
- term 6 :  $Br$

Bij de set constanten weergegeven in 3.3.2 blijkt dat term 5 bij benadering kan worden verwaarloosd ten opzichte van term 6, zodat het model kan worden gesimplificeerd tot:

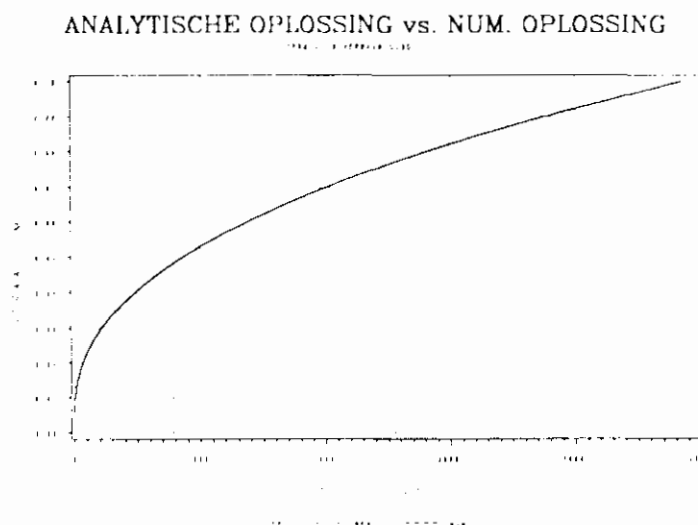
$$\int_{R_0}^R \frac{Fr^3 - Gr + Lr^2 \ln r - Mr^2}{Br} dr = \int_0^t dt \quad (76)$$

Van deze integraal is wel een analytische oplossing bekend, die er als volgt uit ziet:

$$\int_{R_0}^R \frac{Fr^3 - Gr + Lr^2 \ln r - Mr^2}{Br} dr = \frac{LR^2 \ln R}{2B} - \frac{LR_0^2 \ln R}{2B} + \frac{4F(R^3 - R_0^3) - 3(4G(R - R_0) + (R^2 - R_0^2)(L + 2M))}{12B} \quad (77)$$

Er is dus nu een benaderende analytische oplossing van het probleem. Deze oplossing moet overeenkomen met de numerieke oplossing. Deze controle is uitgevoerd, met een bevredigend resultaat (figuur 14).

Duidelijk is dat de gestippelde (numerieke) en de getrokken (analytische) lijnen volledig over elkaar heen vallen.



**Figuur 14.** *Vergelijking tussen de benaderende analytische en de numerieke oplossing.*

### 3.3.4 Parameterstudies.

Om een indruk te krijgen van de uitkomsten die het model oplevert, en om die uitkomsten te kunnen vergelijken met de fysische realiteit, is er een aantal parameterstudies uitgevoerd, waarbij telkens één van de constanten of een combinatie van constanten uit het model werd gevarieerd. Deze constanten waren:

- $\alpha_m * C$	- $\epsilon$	- $\gamma$	- $K_F$
- $h$	- $\beta$	- $R_0$	

Wanneer telkens één van deze constanten werd gevarieerd, bleven de andere constant. De permeabiliteit ( $K_F$ ), de porositeit ( $\epsilon$ ) en de reciproke van de hydraulische straal ( $\beta$ ) van het filtermedium konden echter niet onafhankelijk worden gevarieerd (zie §4.1.2 en §4.1.3).

Tijdens de parameterstudies is de set constanten gebruikt, die is weergegeven in §3.3.2. Men moet zich realiseren dat de conclusies die worden getrokken uit de parameterstudies alleen gelden bij deze set constanten.

#### 3.3.4.1 Variatie van het produkt van de gemiddelde specifieke filtratieweerstand ( $\alpha_m$ ) en de massa koek afgezet per volume-eenheid filtraat (C).

Indien het produkt van de gemiddelde specifieke filtratieweerstand en de massa koek per volume-eenheid filtraat stijgt, zou de door het vloeistoffront afgelegde afstand per tijdseenheid moeten dalen. Het filtraat heeft immers meer moeite door de slibkoek te bewegen. Figuur 15 bevestigt deze verwachting niet.

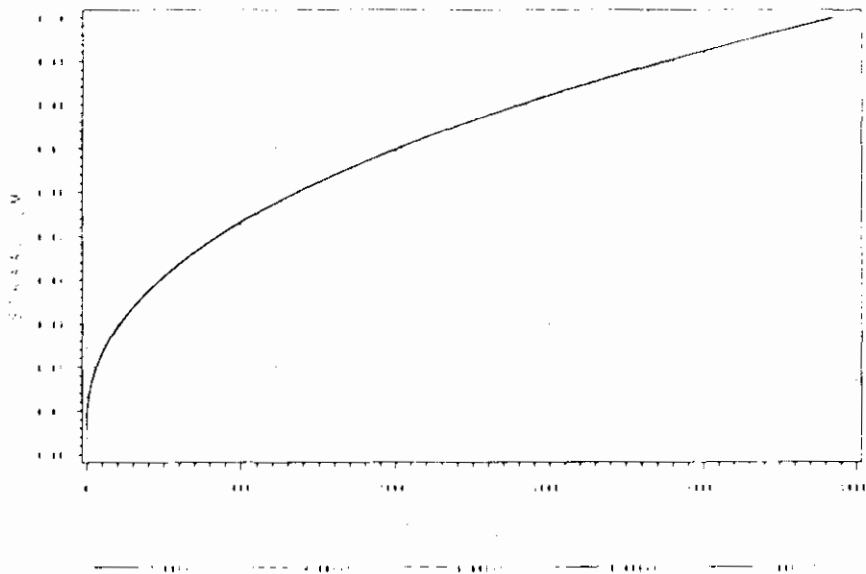
Het produkt van  $\alpha_m$  en C is gevarieerd van  $2 \cdot 10^{11}$  tot  $1 \cdot 10^{12} \text{ m}^2$ . De berekende radiale positie van het vloeistoffront als functie van de tijd varieert bij een R oplopend van 0,006 tot 0,1 m niet noemenswaardig bij oplopende  $\alpha_m * C$ . Dit is als volgt te verklaren: door de extreem lage waarde van de permeabiliteit van het filtermedium kan de weerstand veroorzaakt door koekvorming in de CST-buis worden verwaarloosd.

Een parameterstudie, uitgevoerd bij een hogere  $K_F$  waarde ( $1 \cdot 10^{10} \text{ m}^2$ ), gaf duidelijk wél een invloed van  $\alpha_m * C$  te zien (figuur 16).

Er mag dus worden geconcludeerd dat deze keramieksoort niet geschikt is voor de bepaling van de gemiddelde specifieke filtratieweerstand van slib. Er zal moet worden gezocht naar een keramieksoort met een permeabiliteit in de grootte-orde  $10^{10} \text{ m}^2$ . Wanneer men echter de gemiddelde specifieke filtratieweerstand van bijvoorbeeld mineraalsuspensies zou willen bepalen (deeltjesgrootte in de orde van nanometers), zou deze keramieksoort wel kunnen voldoen.

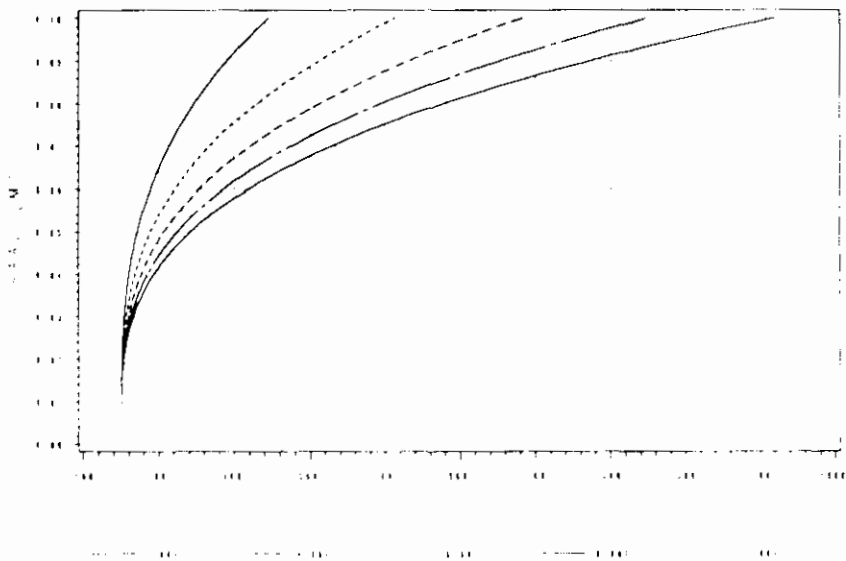


### VARIATIE VAN C\*ALPHA



**Figuur 15.** Variatie van het produkt van de gemiddelde specifieke filtratieweerstand ( $\alpha_m$ ) en de massa koek afgezet per volume-eenheid filtraat (C).

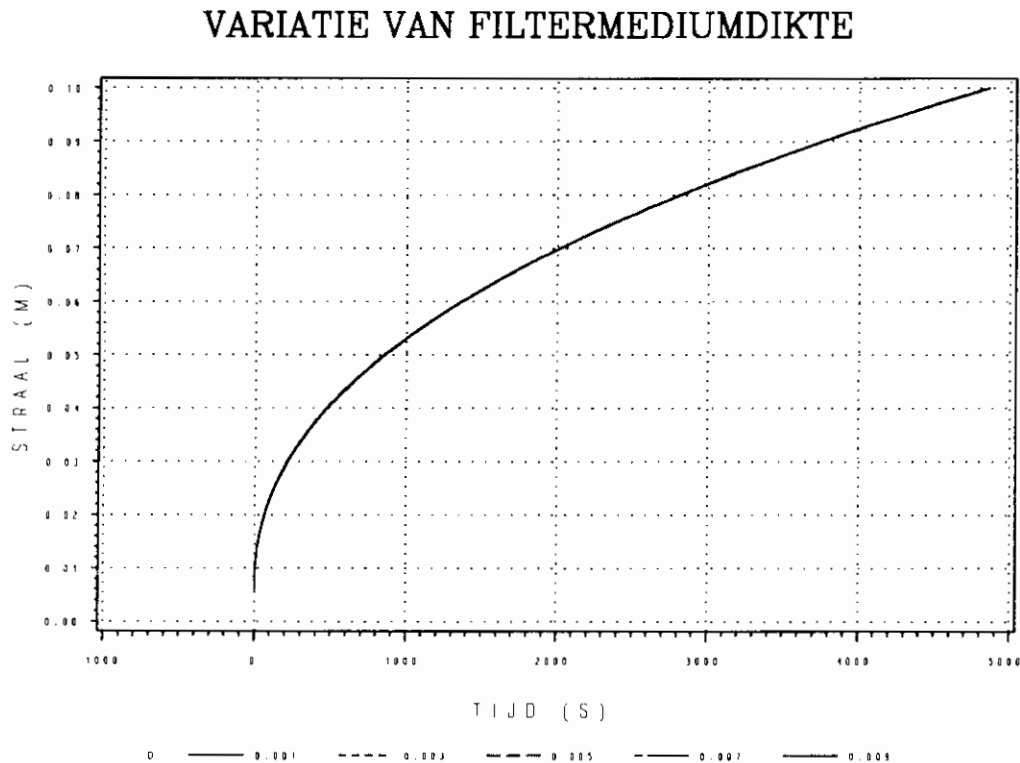
### VARIATIE VAN C\*ALPHA



**Figuur 16.** Variatie van het produkt van  $\alpha_m$  en C bij een filtermediumpermeabiliteit van  $1 \cdot 10^{10} \text{ m}^2$ .

### 3.3.4.2 Variatie van de dikte van het filtermedium ( $h$ ).

Wanneer de dikte van het filtermedium toeneemt, zal de vloeistof die in dit medium trekt, zich ook in verticale richting verspreiden. Het gevolg zou moeten zijn dat, hoe groter de dikte van het filtermedium is, des te minder snel het vloeistoffront zich in radiale richting voortbeweegt. De radiale positie van het vloeistoffront als functie van de tijd moet dus dalen met toenemende filtermediumdikte. Figuur 17 bevestigt dit niet.



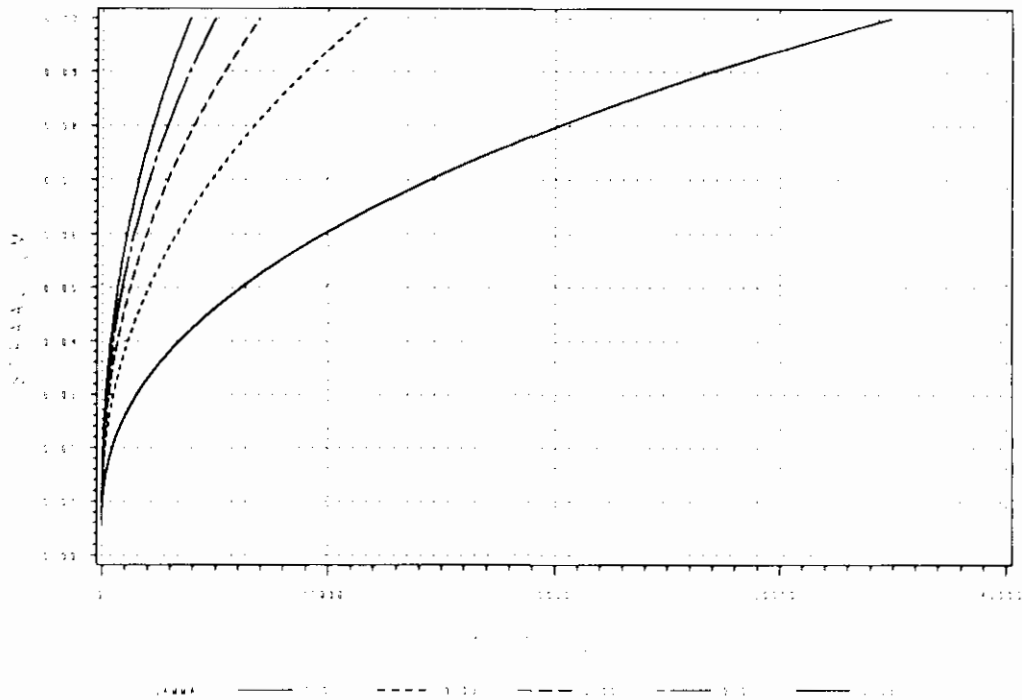
**Figuur 17.** Variatie van de filtermediumdikte ( $h$ ).

De dikte van het filtermedium  $h$  is gevarieerd van 0,001 tot 0,009 m. De berekende radiale positie van het vloeistoffront als functie van de tijd varieert bij een  $R$  oplopend van 0,006 tot 0,1 m, niet noemenswaardig bij oplopende  $h$ . De dikte van het filtermedium is dus, bij deze keuze van de constanten in het model, geen invloedrijke parameter in het model.

### 3.3.4.3 Variatie van de grensvlakspanning ( $\gamma$ ).

Indien grensvlakspanning toeneemt, zal de berekende afgelegde afstand door het vloeistoffront toenemen. De grensvlakspanning is immers een drijvende kracht voor capillaire vloeistofstroming (zie 2.1.1). Figuur 18 toont dit principe aan.

## VARIATIE VAN DE GRENSVLAKSPANNING



**Figuur 18.** Variatie van de grensvlakspanning ( $\gamma$ ).

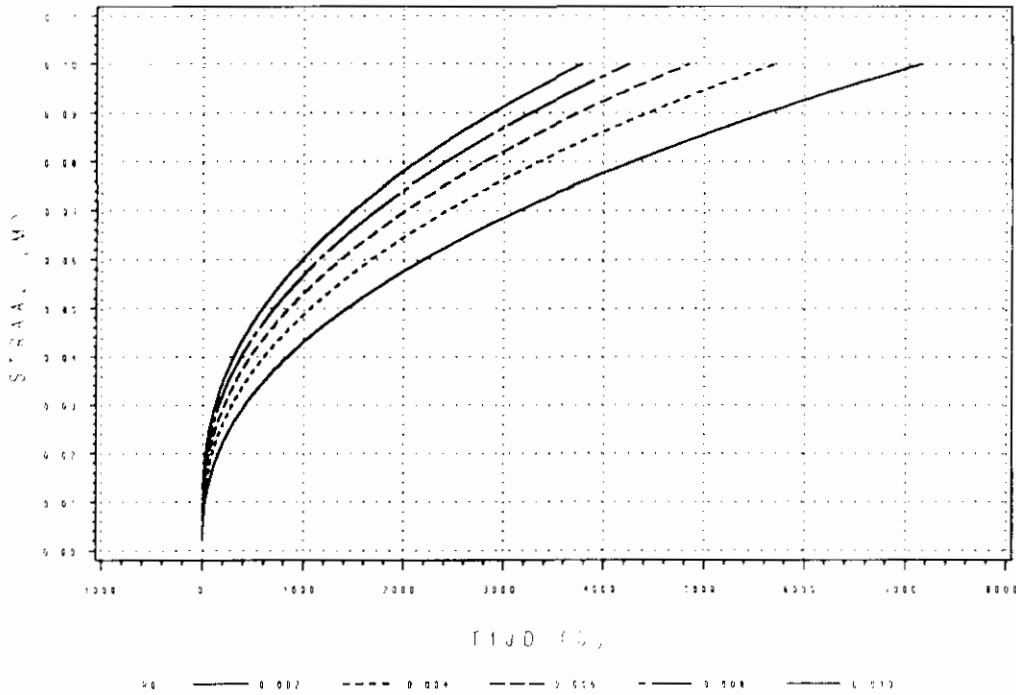
De grensvlakspanning is gevarieerd van 0,01 tot 0,09 N/m. De berekende radiale positie van het vloeistoffront op tijdstip  $t$  stijgt bij een stijgende  $\gamma$ . Hieruit blijkt dus dat de grensvlakspanning een bijzonder belangrijke parameter is in het model.

### 3.3.4.4 Variatie van de plaats van het vloeistoffront op tijdstip $t=0$ ( $R_0$ ).

Wanneer de binnendiameter van de buis wordt vergroot, hetgeen gelijk is aan het vergroten van de plaats van het vloeistoffront op tijdstip  $t=0$ , zal de afgelegde afstand van het vloeistoffront als functie van de tijd stijgen. Er trekt per tijdseenheid immers meer vloeistof in het filtermedium. Figuur 19 bevestigt dit.

De binnendiameter van de buis is gevarieerd van 0,002 tot 0,01 m. De berekende radiale positie van het vloeistoffront op tijdstip  $t$  daalt bij dalende  $R_0$ .

## VARIATIE VAN $R_0$



**Figuur 19.** Variatie van de plaats van het vloeistoffront op tijdstip  $t=0$  ( $R_0$ ).

### 3.3.4.5 Variatie van de porositeit van het filtermedium ( $\epsilon$ ).

Bij variatie van de porositeit zijn de gevolgen op de radiale positie van het vloeistoffront niet direct duidelijk. Een variatie in de porositeit heeft namelijk ook invloed op zowel de permeabiliteit als de reciproke van de hydraulische straal.

De permeabiliteit hangt als volgt af van de porositeit (4.1.3):

$$K_F = \frac{\epsilon^3}{c(1 - \epsilon)^2 a_v^2} \quad (78)$$

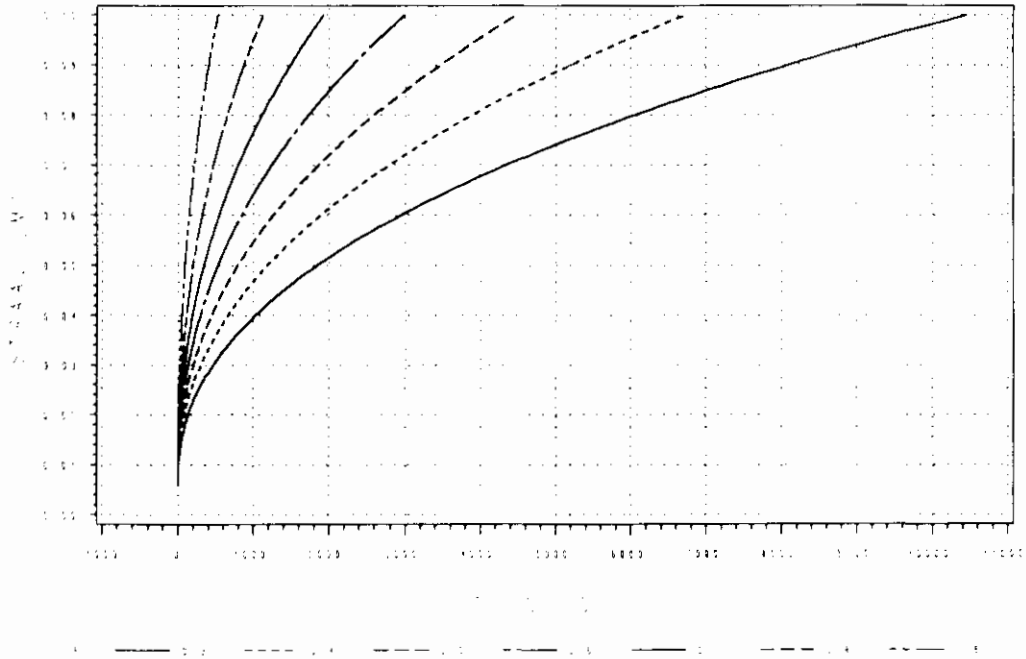
Hierin representeert  $c$  de Kozeny-Carman-constante, ter grootte 4, en  $a_v$  het specifieke oppervlak in  $\text{m}^2/\text{m}^3$ . De reciproke van de hydraulische straal  $\beta$  hangt als volgt af van de porositeit (4.1.2):

$$\beta = \frac{a_v(1-\epsilon)}{\epsilon} \quad (79)$$

Hierin representeert  $a_v$  het specifiek oppervlak van het keramiek ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ), dat gelijk is aan  $\pm 6,97 \cdot 10^6 \text{ m}^2/\text{m}^3$  (zie 4.1.2).

## VARIATIE VAN E

DE VERANDERING VAN DE RADIALE POSITIE VAN HET VLOEISTOFFRONT ALS FUNCTIE VAN DE TIJD



**Figuur 20.** Variatie van  $\epsilon$ ,  $K_f$  verandert volgens Kozeny-Carman,  $\beta$  volgens vergelijking (88).

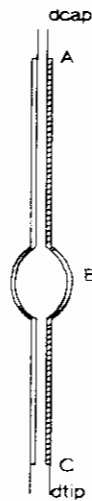
De porositeit is gevarieerd van 0,3 tot 0,9. De berekende radiale positie van het vloeistoffront op tijdstip  $t$  daalt met dalende porositeit. De invloed van de porositeit op de plaats van het vloeistoffront als functie van de tijd is dus bijzonder groot.

## 4 EXPERIMENTELE VERIFICATIE VAN HET CST-MODEL.

### 4.1 Bepaling van de constanten in het CST-model.

#### 4.1.1 Grensvlakspanning van het filtraat.

Er is gezocht naar een methode om op eenvoudige wijze de grensvlakspanning van een vloeistof te kunnen meten. De stalagmometer (figuur 21) bleek hiervoor bijzonder geschikt [10].



Figuur 21. Stalagmometer.

De werking van het instrument is eenvoudig en luidt als volgt. Twee capillaire buizen zijn bevestigd aan een bol B. Het volume van de bol ( $v_b$ ), evenals het volume van een schaaldeel op de buis ( $v_d$ ), zijn exact bekend. De stalagmometer wordt gevuld met de vloeistof waarvan men de grensvlakspanning wil bepalen. Vervolgens laat men de vloeistof langzaam uit het instrument stromen met een snelheid van ongeveer één druppel per vier seconden (te regelen in punt A). De druppel moet immers de gelegenheid krijgen tot zijn maximale grootte uit te groeien. Wanneer het vloeistofniveau in de onderste buis voldoende laag is, wordt de bepaling gestopt. Indien bij het begin van de meting het vloeistofniveau  $n$  schaaldelen boven de bol ligt, en na de meting  $m$  schaaldelen onder de bol, kan men het volume van één druppel berekenen:

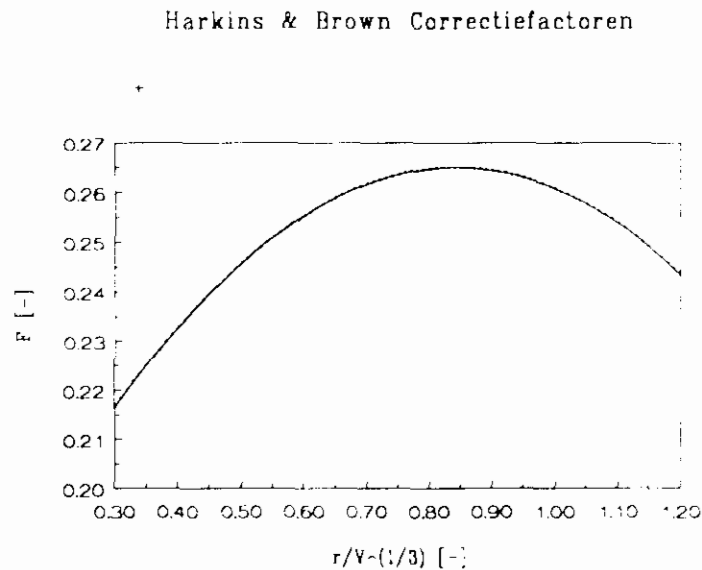
$$V = \frac{v_b + (m+n)v_d}{N} \quad (80)$$

Hierin is  $N$  het aantal druppels en  $V$  het volume van één druppel.

Wanneer de druppel zich slechts onder invloed van de zwaartekracht losmaakt van het horizontale uiteinde van de stalagmometer en dit uiteinde volledig wordt bevochtigd door de vloeistof, geldt volgens Harkins en Brown de volgende relatie om de grensvlakspanning te berekenen:

$$\gamma = \frac{2V\Delta\rho g}{d_{up}} F \quad (81)$$

Hierin is  $\gamma$  de grensvlakspanning,  $\Delta\rho$  het dichtheidsverschil tussen de vloeistof en de omgevingslucht,  $g$  de zwaartekrachtversnelling en  $d_{up}$  de uitwendige diameter van het uitlooppunt.  $F$  is een empirisch bepaalde correctiefactor. Deze correctiefactor representeert de invloed van de vorm van de druppel op het druppelvolume. Harkins en Brown hebben deze correctiefactor experimenteel bepaald [7,8,14]. Deze bleek onafhankelijk van de soort vloeistof, of van het materiaal waarvan de stalagmometer was gemaakt, en was slechts een functie van de factor  $r/V^{1/3}$ , waarin  $r$  ( $d_{up}/2$ ) de straal van het uitlooppunt is. De correctiefactoren zijn door Harkins & Brown bepaald als functie van  $r/V^{1/3}$  (appendix 4), hetgeen het volgende resultaat opleverde:



**Figuur 22.** Harkins & Brown correctiefactoren.

Een curvefit door de experimenteel bepaalde punten leverde het volgende resultaat op:

$$F = 0,14778 + 0,279097 \left[ \frac{r}{V^{1/3}} \right] - 0,166 \left[ \frac{r}{V^{1/3}} \right]^2 \quad (82)$$

Bij correcte toepassing van de gepresenteerde relaties, is het mogelijk de grensvlakspanning tot op 1% nauwkeurig te berekenen.

Er zijn zes stalagmometers vervaardigd, elk met een andere capillairdiameter. De grensvlakspanning van een groot aantal vloeistoffen kan zo worden bepaald. Voor vloeistoffen met een lage viscositeit moet de stalagmometer met een kleine capillairdiameter worden gebruikt, voor vloeistoffen met een hoge viscositeit de stalagmometer met een grote capillairdiameter. De specificaties van de zes instrumenten luiden als volgt:

buisnummer	$d_{cap}$ [mm]	$d_{up}$ [mm]	$V_d$ [ $10^3 \text{cm}^3$ ]	$V_{bol}$ [ $\text{cm}^3$ ]
1	1,254	5,93	4,940	3,0070
2	2,212	6,25	15,37	3,2980
3	2,677	7,85	22,51	2,8302
4	3,100	7,20	30,19	0,8079
5	3,100	7,11	30,19	0,6086
6	5,022	7,99	79,23	2,8442

**Tabel 1.** Specificaties stalagmometers.

De volumina van de bollen en van de verschillende stalagmometers zijn door middel van ijking met water bepaald. Er is een aantal experimenten met verschillende stalagmometers uitgevoerd. De resultaten staan weergegeven in tabel 2 (gemiddelde uitkomsten van triplobepalingen).

stalagmeter nummer	vloeistof	$\gamma_{\text{experimenteel}}$ [N/m]
1	demi-water	0,0713
1	ethanol	0,0288
2	demi-water	0,0745
2	ethanol	0,0285
6	demi-water	0,0702
1	filtraat	0,0750
2	filtraat	0,0750

**Tabel 2.** Grensvlakspanningen gemeten met de stalagmeter.

Aangezien de literatuurwaarde voor de grensvlakspanningen van gedemineraliseerd water en ethanol respectievelijk 0,0722 en 0,0241 N/m bedragen, mag worden geconcludeerd dat de



stalagmometer voldoet als instrument om de grensvlakspanning te bepalen. Speciaal de bepaling van de grensvlakspanning van gedemineraliseerd water met stalagmometer 1 leverde uitstekende resultaten op.

Op grond van de resultaten mag tevens worden geconcludeerd dat de grensvlakspanning van filtraat (verkregen uit een drukfiltratie-experiment) nauwelijks afwijkt van die van water.

#### 4.1.2 Porositeit van het filtermedium.

De porositeit van het capillaire medium kan worden bepaald met kwik-porosimetrie [20]. Er wordt tijdens zo'n meting kwik bij een oplopende druk in de poriën geperst. Indien de opgelegde druk, de contacthoek kwik-monster ( $130^\circ$ ), en de grensvlakspanning kwik-lucht (0,485 N/m) bekend zijn, kan met de vergelijking van Laplace (2.1.4) de poriediameter worden berekend. Deze vergelijking ziet er als volgt uit:

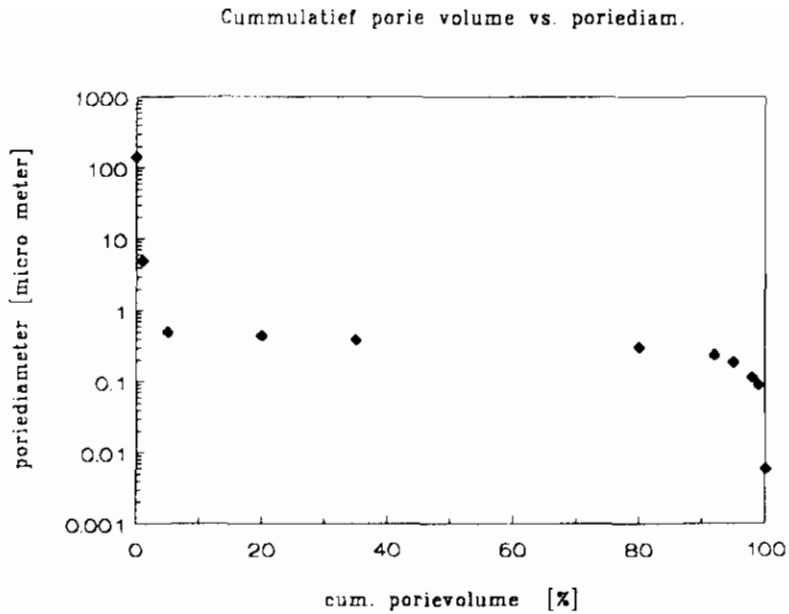
$$P_{cap} = \frac{2\gamma_{LV}\cos\theta}{r} \quad (83)$$

Een dergelijke bepaling is uitgevoerd voor het keramische materiaal dat in het nieuw te ontwikkelen meetinstrument als capillair medium zal dienen (4.2). Gemeten wordt het monstergewicht, de dichtheid van het vaste stof skelet en de poriegrootte-verdeling. Uit deze verdeling kan dan een gemiddelde poriegrootte worden berekend. Wanneer men de aanname maakt dat de poriën een cilindrische vorm hebben, is ook het totale porie-oppervlak bekend. De resultaten van de meting zien er als volgt uit:

monster gewicht	1,3638 g
totaal ingebracht kwikvolume per gram monster	0,1024 cm <sup>3</sup> /g
gemiddelde poriediameter	0,31 μm
totaal porie-oppervlak per gram monster	1,7597 m <sup>2</sup> /g
dichtheid vaste stof skelet	3,9586 g/cm <sup>3</sup>

Tabel 3. Resultaten kwik-porosimetrie bepaling.

De spreiding in de poriediameter (figuur 23) bleek bijzonder gering, waardoor men ervan uit kan gaan dat het materiaal voor een groot deel amorf is. Dit is exact de reden dat er voor keramiek in plaats van papier is gekozen in de nieuwe CST-meetopstelling. Doordat de spreiding in de poriegrootte laag is, kan men ervan uitgaan dat er tijdens de CST experimenten, met keramiek als filtermedium, een cirkelvormig vloeistoffront wordt verkregen, in tegenstelling tot CST-metingen met papier als filtermedium.



**Figuur 23.** Porigroote verdeling keramiek ( $Al_2O_3$ ).

De porositeit van het keramiek kan nu als volgt worden berekend:

$$\text{totaal volume kwik} = \text{kwikvolume per gram monster} * \text{monstergewicht} = 0,1397 \text{ cm}^3 \quad (84)$$

$$\text{monstervolume} = \frac{\text{monstergewicht}}{\text{dichtheid vaste stof skelet}} = 0,3445 \text{ cm}^3 \quad (85)$$

Hierbij is de massa van de lucht in de poriën verwaarloosd. Voor de porositeit  $\epsilon$  geldt nu:

$$\epsilon = \text{fractie poriën} = \frac{\text{totaal volume kwik}}{\text{monstervolume}} = 0,4053 \quad (86)$$

De hydraulische straal, zoals gedefinieerd in formule (52), kan met de gemeten grootheden worden berekend. De definitie voor  $\beta$  luidt:

$$\beta = \frac{a_v (1 - \varepsilon)}{\varepsilon} \quad (87)$$

Het specifiek oppervlak  $a_v$  kan als volgt worden berekend:

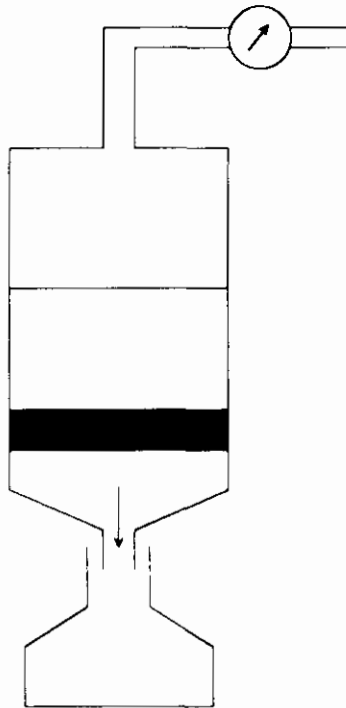
$$a_v = \text{totaal porie-oppervlak} * \text{dichtheid vaste stof skelet} = 6,966 \cdot 10^6 \frac{m^2}{m^3} \quad (88)$$

Voor  $\beta$  geldt nu:

$$\beta = \frac{a_v * (1 - \varepsilon)}{\varepsilon} = 1,022 \cdot 10^7 m^{-1} \quad (89)$$

#### 4.1.3 Permeabiliteit van het filtermedium.

Om de permeabiliteit van het keramiek te bepalen is de volgende opstelling geconstrueerd, waarbij gebruik wordt gemaakt van een reeds bestaande drukfiltratie-opstelling (figuur 24).



**Figuur 24.** Permeabiliteitsmeting met behulp van een druk filtratie-opstelling.

In deze figuur geeft het zwarte gebied de keramische plaat weer die lek vrij is ingeklemd in de cylinder. Op deze plaat wordt een waterlaag gezet, waarna het water, eventueel onder een

overdruk, door de plaat wordt geperst. De hoeveelheid water die per tijdseenheid door de plaat heen gaat, wordt bepaald. Met behulp van de wet van Darcy (vergelijking 42) kan dan de permeabiliteit worden berekend (de beginvoorwaarde verandert niet).

$$\Delta P = \frac{1}{A} \frac{\eta L}{K} \frac{dV}{dt} \quad (90)$$

De symbolen hebben hierin de volgende betekenis:

$\Delta P$  = drukverschil over de keramische plaat [ $N/m^2$ ]

$A$  = oppervlakte van de keramische plaat [ $m^2$ ]

$\eta$  = viscositeit van de vloeistof [ $Ns/m^2$ ]

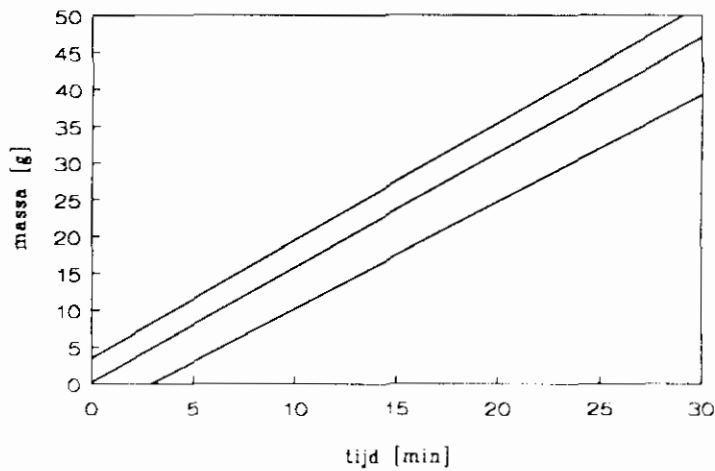
$K$  = permeabiliteit van de keramische plaat [ $m^2$ ]

$L$  = dikte van de keramische plaat [ $m$ ]

$dV/dt$  = volume vloeistof dat door de plaat heen gaat per tijdseenheid [ $m^3/s$ ]

Er zijn drie experimenten uitgevoerd met dezelfde keramische plaat, die de volgende resultaten opleverden (de asafsneden zijn afhankelijk van het moment waarop de tijdsmeting wordt gestart):

Massa als functie van de tijd



Figuur 25. Permeabiliteitsmetingen.

Onder aanname dat de dichtheid van water  $1000 \text{ kg/m}^3$  bedraagt, kan het volumedebiet uit de hellingen van de grafieken, weergegeven in figuur 25, worden berekend.

$$dV/dt_a = 2,424 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$dV/dt_b = 2,605 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$dV/dt_c = 2,667 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3/\text{s}$$

De kleine schommelingen in de hellingen van de drie figuren worden waarschijnlijk veroorzaakt door kleine verschillen in de opgelegde overdruk. De waarden van de constanten in

vergelijking (90) luiden als volgt:

$$\Delta P = 1,2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$L = 0,015 \text{ m}$$

$$A = 2,441 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\eta = 0,001 \text{ Ns/m}^2$$

De gemiddelde permeabiliteit van de keramische plaat kan nu worden berekend en bedraagt:

$$K_{\text{keramiek}} = 1,315 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2$$

Volgens Kozeny en Carman (appendix 5) bestaat er een verband tussen de porositeit en de permeabiliteit van een poreus materiaal. Dit verband luidt als volgt:

$$K_f = \frac{\varepsilon^3}{c(1-\varepsilon)^2 a_v^2} \quad (91)$$

Wanneer de berekende waarden voor  $\varepsilon$  (0,4053),  $a_v$  ( $6,966 \cdot 10^9 \text{ m}^{-1}$ ) en  $c$  (4) worden ingevuld in vergelijking (91), levert dat de volgende waarde voor de permeabiliteit op:

$$K_{\text{keramiek}} = 0,96 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2$$

De grootte-orde van deze uitkomst ligt in het zelfde gebied als de experimenteel bepaalde uitkomst. Hieruit kan worden opgemaakt dat de Kozeny-Carman-vergelijking, die is afgeleid voor een gepakt bed, tot op zekere hoogte ook voor keramiek opgaat.

## 4.2 Modified CST apparatus

Several apparatuses to measure the CST are described in literature. The apparatus, developed by Gale and Baskerville (1968) has been commercialized by Triton Electronics. Alternative CST apparatuses are known with which e.g. CST must be determined visually by a radial scale drawn on the capillary medium [Leu, 1981], or by use of several electrodes [Lee and Hsu, 1992, Unno et al. ,1983]. These instruments have two important properties in common. Firstly filter paper is used as a capillary medium. Secondly the position of the liquid front is only measured discontinuously. Both properties imply several problems.

Filter paper is an anisotropic material, which implies that the liquid front will move with different velocities in different directions. As a result no circular liquid front, on which the model is based, will develop. Further, the reproducibility of the measurement will be small, because of the differences between the filter papers.

To check the presented CST model on the physical reality more than two data-points are required. A continuous method of measurement is the best option.

Two typical differences between the conventional and the new CST apparatus can be distinguished .

*Filter medium.* Instead of filter paper, ceramics will be used as a capillary medium (pressed  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , initial particle size  $\pm 50 \mu\text{m}$ , pressing pressure 3000 bar, sintering temperature 1500 °C). Since this capillary medium is isotropic, a circular liquid front will develop during a CST experiment. One can also expect the experiments to be reproducible. The required thickness of the ceramic slab is 1-2 mm; this thickness avoids slow saturation of the ceramic slab in axial direction.

*Method of measurement.* The new continuous method of measurement is based on the fact that the electrical resistance of ceramics will decrease when the pores are filled up with water or any other liquid. The new CST apparatus is shown schematically in fig. 5. The ceramic slab is tightened between two copper plates. The copper plates act as electrodes. A multimeter (measuring frequency 10 kHz), connected to the electrodes, continuously measures the electrical resistance of the ceramic slice. The experimental data are transferred to a computer. The sampling time of the computer is 1 second. When liquid is sucked into the ceramic slab, a decrease of electrical resistance of the capillary medium will be measured. At the end of the experiment a constant resistance is reached, which depends on the type of ceramics and ionic strength of the liquid. From the measured resistance as a function of time the radial position of the liquid front as a function of time can be calculated. The situation at a certain moment during a CST experiment is also shown in figure 25. The shaded area represents the part of the ceramic slice that has been filled up with water and the white area represents dry ceramics.  $r_0$  equals the position of the liquid front at time  $t=0$ ,  $r$  the position at time  $t$  and  $r_c$  represents the radius of the ceramic slab. This situation at a time  $t$  can be interpreted as a parallel connection of the

electrical resistances of the dry part of the slice  $R_d$  and the wetted part of the ceramic slice  $R_w$ , respectively. The total resistance of this system  $R_{tot}$  can therefore be represented as:

$$R_{tot} = \frac{R_d R_w}{R_w + R_d} \quad (92)$$

The position of the liquid front at an arbitrary time  $t$  can now be calculated from the measured resistance  $R_{tot}$  according to the following equation:

$$r(t) = \sqrt{\frac{\rho_w}{\rho_d - \rho_w} \left[ \frac{\rho_d h}{R_{tot}(t)\pi} - r_c^2 \right]} \quad (93)$$

where  $\rho_d$  and  $\rho_w$  represent the specific resistance of dry and wetted ceramics, respectively. It is of essential that the whole experimental set-up is tightened in a 'clamping-screw', see figure 26. This set-up assures good contact between the wetted ceramics and the copper plates and good contact between the tube and the ceramics (no leakage). To avoid pollution of the ceramics with small sludge particles, a small filter paper ( $\varnothing$  6 mm) is placed between the tube and the ceramic slab.

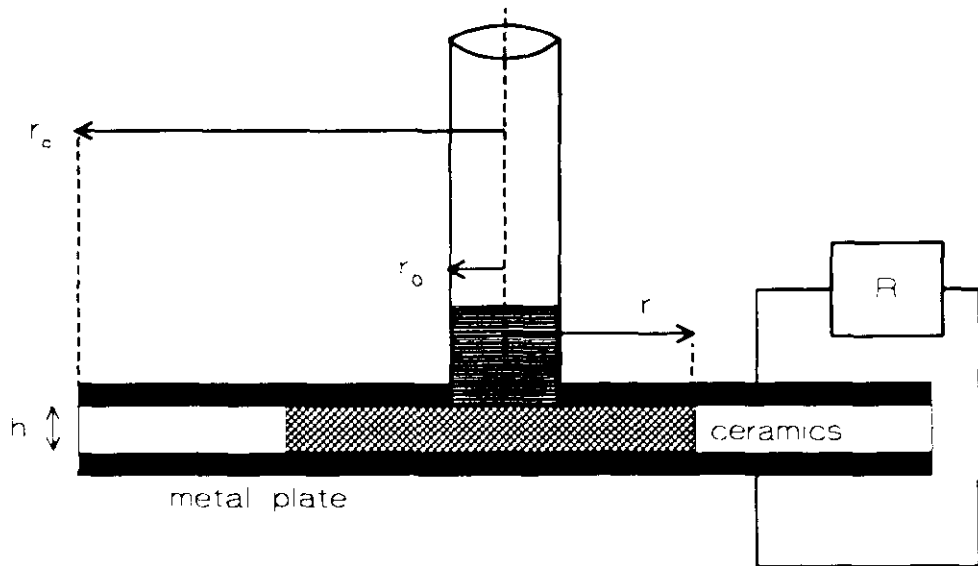
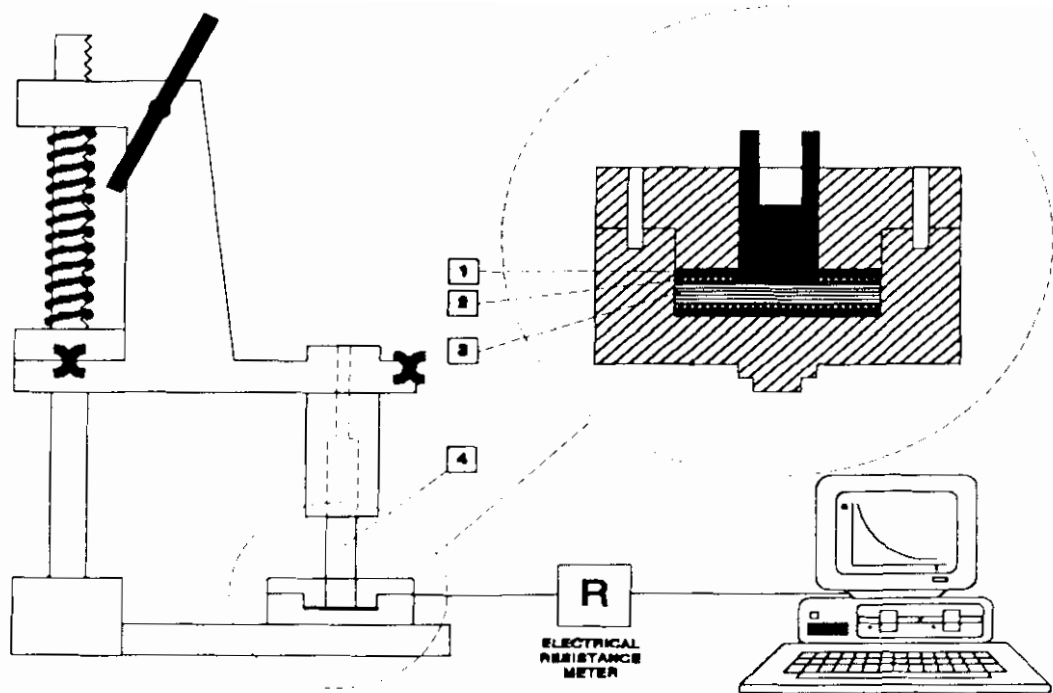


Figure 25 Schematic diagram of liquid movement in ceramics

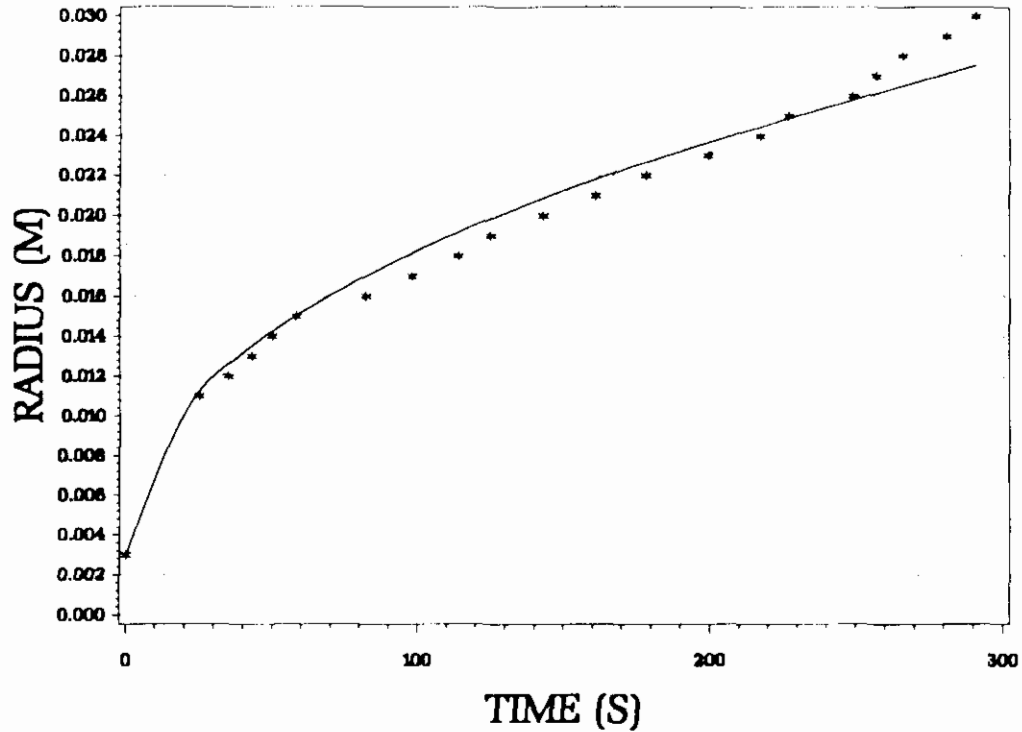


**Figure 26** Whole experimental set-up for new CST apparatus. 1) rubber, 2) copper electrode, 3) ceramic slab, 4) CST tube.

#### 4.3 Experimental results and discussion

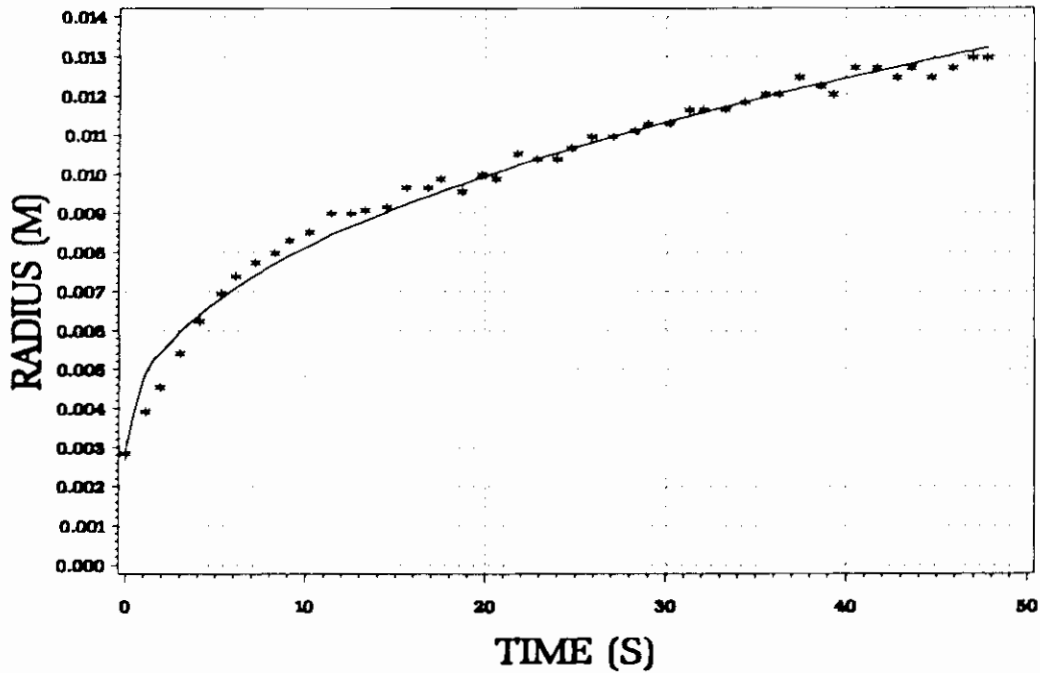
*Determination of capillary suction pressure.* The capillary suction pressure  $P_{cap}$  of the circular ceramic slab ( $r_c=29$  mm,  $h=1$  mm,  $\epsilon=0.46$ ,  $K_F=9.589 \cdot 10^{-15}$  m<sup>2</sup>) used in the experiments is an important system parameter. The capillary suction pressure is assumed to be uniform in all directions of the ceramic slab and independent of time. In an experiment a coloured water solution is poured into the CST tube and the position of the wet front radius is measured by reading the position with a scale. In this way, the position of the wet front is recorded direct. If only pure liquid is used in the CST experiment (i.e. there is no sludge cake formation), the first two terms on the right hand side of equation (9) can be deleted. The mathematical model is then used to obtain the capillary pressure. The result of this experiment is shown in figure 27.





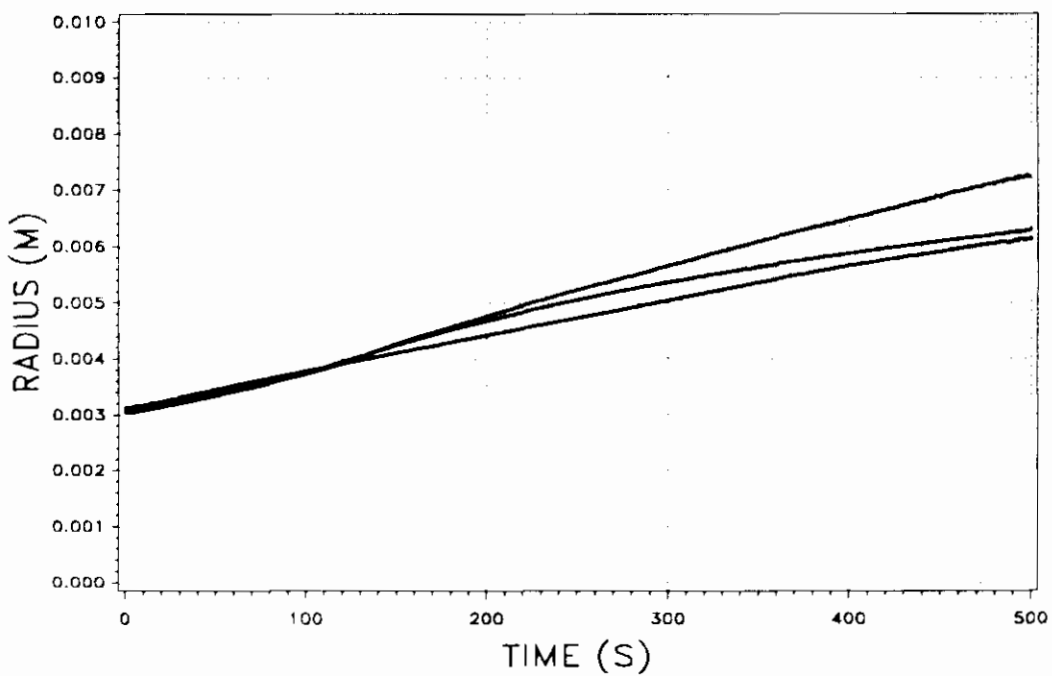
**Figure 27** CST experiment with water to determine capillary suction pressure; position of liquid front measured visually.

A model calculation yields a value for the capillary suction pressure of  $1.08 \cdot 10^5 \text{ N m}^{-2}$ . Another way to determine the capillary pressure is to carry out CST experiments with demi-water. The radial position of the liquid front as a function of time is determined indirectly by measuring the electrical resistance of the ceramic slab as a function of time according to equation (93). The specific resistance of dry ceramics  $\rho_d$  equals  $10^{11} \Omega \text{ m}$ . The specific resistance of wetted ceramics is calculated from the measured resistance at the end of the experiment, which depends on the electrical conductivity of the filtrate and the geometry of the slab. It is assumed that the ceramic slab is fully saturated. The experimental result is fitted with the theoretical model to calculate the capillary suction pressure (figure 28). The result of the calculation is  $P_{\text{cap}} = 0.884 \cdot 10^5 \text{ N m}^{-2}$ . It can be concluded that both experiments showed satisfactory agreement. Henceforth in model calculations a value of the capillary suction pressure of  $10^5 \text{ N m}^{-2}$  is assumed.



**Figure 28** CST experiment with water to determine capillary pressure; position of liquid front determined indirectly by use of electrical resistance of ceramics.

*Reproducibility.* In figure 29 three CST experiments carried out under the same process conditions with unflocculated sludge are shown. In these experiments the same ceramic slab was used. It can be seen that the reproducibility is quite good. Model calculations yield values of the specific cake resistance of  $4.39 \cdot 10^{15} \text{ m kg}^{-1}$ ,  $3.64 \cdot 10^{15} \text{ m kg}^{-1}$  and  $3.01 \cdot 10^{15} \text{ m kg}^{-1}$ .



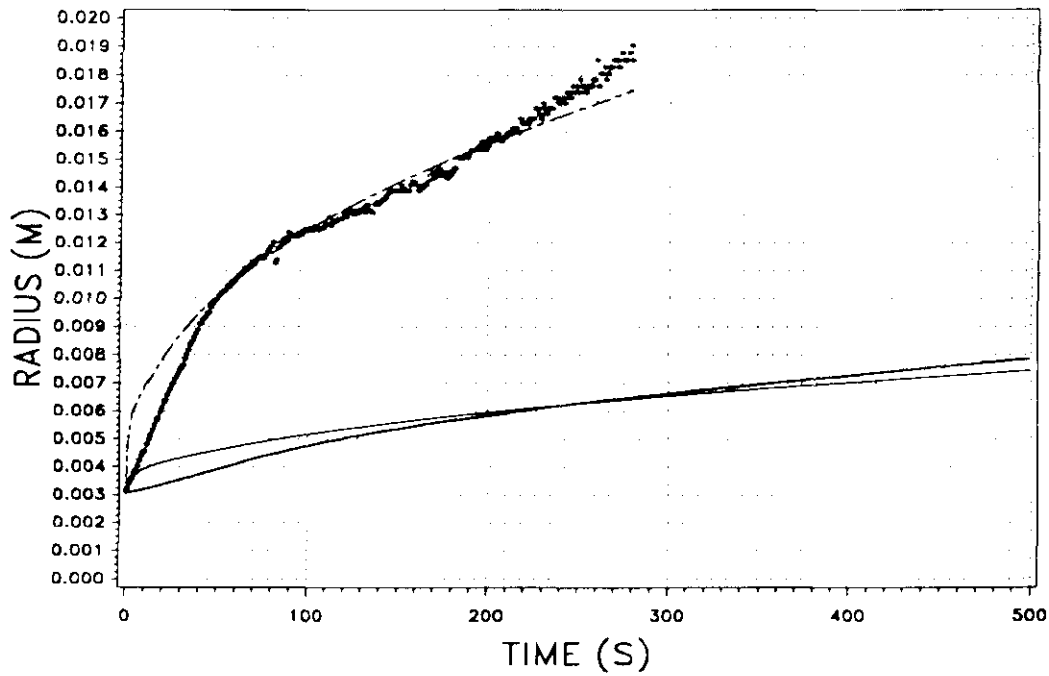
**Figure 29** Results of three identical experiments carried out with unflocculated Eindhoven sludge.

*Determination of specific cake resistance.* CST experiments have been carried out with sewage sludge originating from the Eindhoven waste water treatment plant. In these experiments a cylindrical perspex column with an inner radius of 3 mm was used. A larger column radius increases the filtration area and therefore also the liquid flow through the cake and the capillary medium. The sampling time in that case must be smaller than 1 second in order to get a reliable fit of the measured curve. At the start of an experiment 3.5 ml of a sewage sludge sample (dry solids content 1.9 wt%) is poured into the tube. The experiment ends when the ceramic slab has been fully saturated. In figure 30 two experimental results are shown. The stars represent a result of an experiment carried out with a sample flocculated with 10 wt% FeCl<sub>3</sub> and 20 wt% Ca(OH)<sub>2</sub> on dry solids base. The dots represent the result of an experiment carried out with unflocculated sludge. It is clear that flocculation of a sludge sample accomplishes a decrease of the time needed for the liquid front to move a certain distance. The lines in the graph represent the results of the model calculations. A specific cake resistance is determined from fitting the experimental results with the theoretical model. Results of model calculations are:

$$\alpha_{av,unflocculated} = 1.24 \cdot 10^{15} \text{ m kg}^{-1}$$

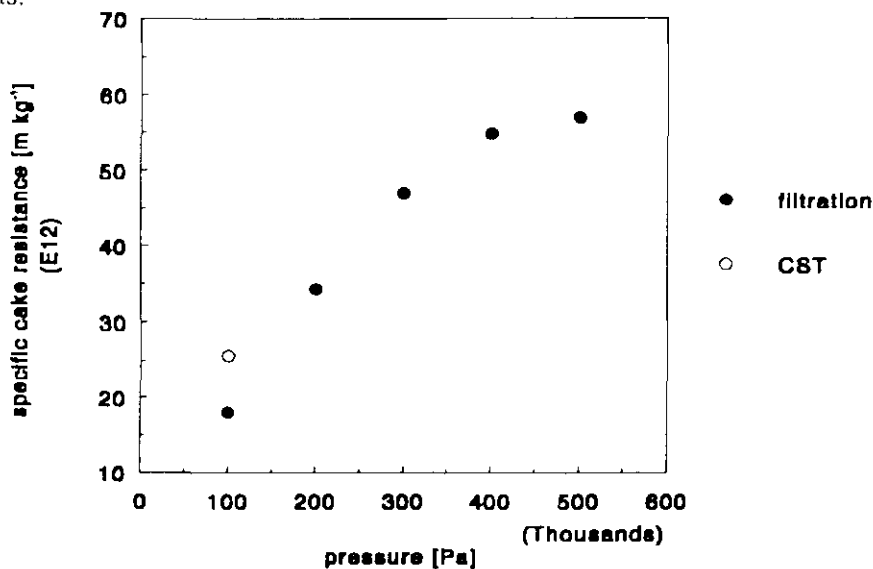
$$\alpha_{av,flocculated} = 2.56 \cdot 10^{13} \text{ m kg}^{-1}$$

As expected, the specific cake resistance of unflocculated sludge is much higher than the cake resistance of a flocculated sample. At the beginning of the experiment, the model overestimates the velocity with respect to the experiment. This is possibly caused by the resistance of the small filter paper positioned under the perspex column. The new CST device provides the possibility to determine a specific cake resistance of flocculated as well as unflocculated sludges. Unflocculated sludges are hard-to-filter suspensions in a batch filtration experiment.



**Figure 30** Experimental results of CST experiments. Dots: unflocculated Eindhoven sludge; stars: flocculated 10 wt%  $FeCl_3/20$  wt%  $Ca(OH)_2$ ; lines: results of model calculations.

To correlate the calculated specific cake resistance from a CST experiment with normal batch filtration cake resistances, it is useful to carry out filtration experiments not only at 100 kPa (capillary suction pressure of used ceramics), but also at other pressures. As sludge is very compressible the average specific cake resistance depends on the pressure drop over the sludge cake. In figure 31 results of normal filtration and CST experiments are shown. From figure 31 it can be concluded that there is an acceptable correlation between normal filtration and CST experiments.



**Figure 31** Average specific cake resistance versus pressure for normal filtration experiments and new CST experiment.

## 5 CONCLUSIONS

With the presented model and new type of CST apparatus average specific cake resistances can be obtained for unflocculated as well as flocculated sludges. The new developed CST instrument is based on continuously measuring the electrical resistance of a ceramic slab during filtrate penetration. The measured electrical resistance as a function of time is converted to a radial position of the liquid front as a function of time. Before any calculations can be made, several parameters of the ceramic porous medium have to be known. This implies the permeability, the capillary pressure and the specific electrical resistance of the ceramics. It is of great importance that the permeability of the ceramics is high enough ( $10^{-14}$ - $10^{-15}$  m<sup>2</sup>) in comparison with the permeability of the sludge cake ( $10^{-15}$ - $10^{-17}$  m<sup>2</sup>) in order to calculate a correct average specific resistance. The required thickness of the ceramic slab must be equal to 1-2 mm to avoid slow saturation in axial direction. Finally, the calculated average specific cake resistance determined with the new CST apparatus shows good agreement with the calculated specific cake resistance determined with a conventional filtration experiment.

## 6 SYMBOLENLIJST

A	= oppervlakte	[m <sup>2</sup> ]
a	= bevochtigd oppervlak per eenheid bedvolume	[m <sup>2</sup> m <sup>-3</sup> ]
a <sub>v</sub>	= specifiek oppervlak	[m <sup>2</sup> m <sup>-3</sup> ]
C	= massa koek afgezet per volume-eenheid	[kg m <sup>-3</sup> ]
C	= capaciteit	[F]
d	= dikte van een condensatorplaat	[m]
d <sub>cap</sub>	= binnendiameter capillaire buis	[m]
d <sub>up</sub>	= diameter cirkelvormig uitlooppunt	[m]
F	= Helmholtz-vrije energie	[J]
F'	= zuigkracht filtreerpapier	[N]
f	= Thomson functie	[-]
G	= Gibbs-vrije energie	[J]
H	= enthalpie	[J]
h	= dikte filtermedium	[m]
J <sub>s</sub>	= correctiefactor voor interne stromingsvariaties t.g.v. de vaste stof snelheid	[-]
K <sub>s</sub>	= permeabiliteit van slibkoek voor filtraat	[m <sup>2</sup> ]
K <sub>f</sub>	= permeabiliteit van het filtermedium voor filtraat	[m <sup>2</sup> ]
L	= filterkoekdikte	[m]
l	= lineaire lengte-eenheid	[m]
N	= aantal druppels	[-]
n <sub>i,j</sub>	= aantal molen component i,j	[mol]
P	= druk	[N m <sup>-2</sup> ]
P <sub>i</sub>	= partiële dampspanning component i	[N m <sup>-2</sup> ]
P <sub>cap</sub>	= capillair drukverschil	[N m <sup>-2</sup> ]
q <sub>p</sub>	= superficiële snelheid van het filtraat op plaats r	[m s <sup>-1</sup> ]
q <sub>1</sub>	= superficiële snelheid van het filtraat door de slibkoek	[m s <sup>-1</sup> ]
R	= radiale lengte-eenheid	[m]
R <sub>h</sub>	= hydraulische straal	[m]
R <sub>0</sub>	= binnenstraal CST-buis	[m]
r	= radiale lengte-eenheid	[m]
S	= entropie	[J K <sup>-1</sup> ]
T	= temperatuur	[K]
t	= tijdseenheid	[s]
U	= inwendige energie	[J]
V	= volume	[m <sup>3</sup> ]
v	= snelheid	[m s <sup>-1</sup> ]

$v_b$	=	volume bol B	$[m^3]$
$v_d$	=	volume schaaldeel d	$[m^3]$
$v_i$	=	partieel molair volume component i	$[m^3 \text{ mol}^{-1}]$
$W_{st.}$	=	adhesiearbeid	$[J \text{ m}^2]$
$w_s$	=	massa koek afgezet per eenheid filtratie-oppervlak	$[kg \text{ m}^2]$
$z$	=	lineaire lengte-eenheid	$[m]$

### Griekse symbolen.

$\alpha_m$	=	gemiddelde specifieke filtratieweerstand	$[m \text{ kg}^{-1}]$
$\beta$	=	reciproke van de hydraulische straal	$[m^{-1}]$
$\gamma$	=	grensvlakspanning	$[N \text{ m}^{-1}]$
$\varepsilon$	=	porositeit	$[-]$
$\varepsilon_d$	=	diëlectrische constante	$[F \text{ m}^{-1}]$
$\varepsilon_r$	=	relatieve diëlectrische constante	$[-]$
$\eta$	=	viscositeit	$[Ns \text{ m}^{-2}]$
$\theta$	=	contacthoek	$[-]$
$\mu_i$	=	chemische potentiaal van component i	$[J \text{ mol}^{-1}]$
$\rho$	=	dichtheid	$[kg \text{ m}^{-3}]$

### Constanten.

$R_g$	=	gasconstante	$[8,3144 J \text{ mol}^{-1} \text{ K}^{-1}]$
$g$	=	zwaartekrachtversnelling	$[9,81 \text{ m s}^{-2}]$
$c$	=	Kozeny-Carman constante	$[4]$
$\varepsilon_0$	=	electrische permittiviteit van vacuüm	$[8,854 \cdot 10^{-12} F \text{ m}^{-1}]$

## 7 LITERATUUROPGAVE

1. Adcock D.S., McDowall I.C., The mechanism of filter pressing and slip casting, *Journal of the American Ceramic Society*, volume 40 (1919), no. 10, 355-362.
2. Anderson J.R., *Structure of metallic catalysts*, Academic Press, 1975, 376-386.
3. Baskerville R.C., Gale R.S., A simple automatic instrument for determining the filterability of sewage sludges, *Water Pollution Control*, 1968, no. 3, 233-241.
4. Bear J., Corapioglu M.Y., *Fundamentals of transport phenomena in porous media*, NATO ASI series, Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, 1984, 587-591.
5. Bird R.B., Stewart W.E., Lightfoot E.N., *Transport phenomena*, John Wiley & Sons, New York, 1960, §6.4.
6. Dohányos M., Grau P., Sedláček M., Interpretation of dewaterability measurements by capillary suction time (CST), *Water Science Technology*, volume 20 (1988), no. 1, 265-267.
7. Harkins W.D., Brown F.E., The determination of surface tension (free surface energy), and the weight of falling drops: the surface tension of water and benzene by the capillary height method, *The Journal of American Chemical Society*, volume 41 (1919), 498-525.
8. Harkins W.D., Jordan H.F., A method for the determination of surface and interfacial tension from the maximum pull on a ring, *The Journal of American Chemical Society*, volume 52 (1930), 1751-1783.
9. Herbert J.M., *Ceramic dielectrics and capacitors*, Gordon and Breach publishers, volume 6, 1985, 9-36.
10. Jaycock M.J., Parfit G.D., *Chemistry of interfaces*, Ellis Horwood, 1981, 47-65
11. Jaycock M.J., Parfit G.D., *Chemistry of interfaces*, Ellis Horwood, 1981, 12-28
12. Kotte J.F.A.K., Denissen J.A.M., Metselaar R., Pressure casting of silicon nitride, *Journal of the European Ceramic Society*, volume 7 (1991), 307-314.
13. Krisher O., Kast W., *Die wissenschaftlichen Grundlagen der Trocknungstechnik*,

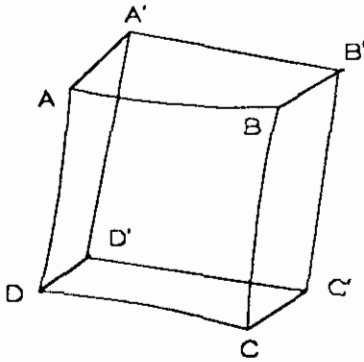


- Springer Verlag, Berlin, 1978, 207-242.
14. Lando J.L., Oakley H.T., Tabulated correction factors for the drop-weight-volume determination of surface and interfacial tensions, *Journal of Colloid and Interface Science*, volume 25 (1967), 526-530.
  15. Leu W.F., *Cake filtration (PHD)*, Houston, 1981, 157-201.
  16. Morrow N.R., Physics and thermodynamics of capillarity, *Industrial and Engineering Chemistry ( Flow Through porous media symposium)*, volume 62 (1970), no. 6, 32-56.
  17. Ottengraf S.P.P., *Afvalwaterreiniging, collegedictaat T.U.E.*, 1990, II.1-II.20.
  18. Philip J.R., Flow in porous media, *Annual Review Fluid Mechanics*, volume 2 (1970), 177-204.
  19. Schwartz A.M., Capillarity: Theory and practice, *Industrial and Engineering Chemistry (The interface symposium)*, volume 61 (1969), no. 1, 10-22.
  20. Smith D.M., Stermer D.L., Particle size analysis via mercury intrusion measurements, *Powder Technology*, volume 53 (1987), 23-30.
  21. Sommer E., *Beitrag zur Frage der kapillaren Flussigheidsbewegung in porigen Stoffen bei Be- und Entfeuchtungsvorgängen (PHD)*, Darmstadt, 1971, 11-47.
  22. Stein H.N., *Colloïdchemie, Collegedictaat T.U.E.*, 1988, 13-17.
  23. Stein H.N., *Thermodynamica I, Collegedictaat T.U.E.*, 1987, 42-53.
  24. Tiller F.M., Shen Y.L., Adin A., Capillary suction theory for rectangular cells, *Research Journal WPCF*, volume 62 (1990), no. 2, 130-136.
  25. Unno H., Muraiso H., Akehata T., Theoretical and experimental study of factors affecting capillary suction time (CST), *Water Research*, volume 17 (1983), 149-156.
  26. Vesilind P.A., Capillary suction time as a fundamental measure of sludge dewaterability, *Research Journal WPCF*, volume 60 (1988), no. 2, 215-220.
  27. Vesilind P.A., Davis H.A., Using the capillary suction time device for characterizing sludge dewaterability, *Water Science Technology*, volume 20 (1988), no. 1, 203-205.

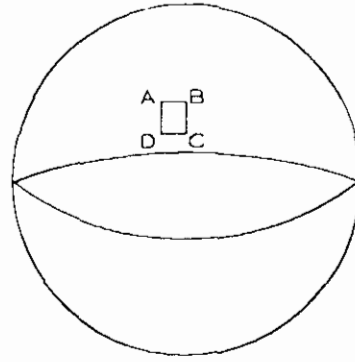
28. Washburn E.W., The dynamics of capillary flow, The Physical Review, volume 17 (1921), no. 3, 273-283.

## APPENDIX 1 GEKROMDE OPPERVLAKKEN [10].

Stel dat een klein deel van een gekromd vloeistofoppervlak ABCD (figuur A1.1), waarin AB en CD gelijk zijn en parallel liggen met rechte hoeken naar AD en BC, in evenwicht verkeert onder grensvlakspanning  $\gamma$  en een drukverschil  $\Delta P$  tussen de beide zijden van het oppervlak.



Figuur A1.1. Een gekromd vloeistofoppervlak.



Figuur A1.2. Oppervlak ABCD gesitueerd op een bol.

Wanneer elk punt van het oppervlak in de richting van de normaalvector op het vlak in dat punt wordt verplaatst, over een kleine afstand  $\delta x$ , gaat vlak ABCD over in  $A'B'C'D'$ . De door het drukverschil verrichte arbeid is dan gelijk aan drukverschil \* oppervlak \* verplaatsing, hetgeen overeenkomt met  $\Delta P \cdot ABCD \cdot \delta x$ . De arbeid die is verricht om het oppervlak te vergroten, is gelijk aan  $\gamma \cdot$  vergroting van het oppervlak, hetgeen overeenkomt met  $\gamma \cdot (A'B'C'D' - ABCD)$ . Hierbij wordt aangenomen dat de grensvlakspanning onafhankelijk is van de kromming van het grensvlak. In de evenwichtssituatie geldt dan:

$$\Delta P \cdot ABCD \cdot \delta x = \gamma (A'B'C'D' - ABCD) \quad (A1.1)$$

Wanneer de oppervlakken onderdeel zijn van een bol, zullen de normalen  $AA', BB', CC'$  en  $DD'$  door het middelpunt  $O$  van die bol gaan. Als de straal van die bol gelijk aan  $R$  is, en wanneer geldt dat  $OA' = OA + \delta x$  en  $OB' = OB + \delta x$  (gelijkvormige driehoeken), dan geldt, wanneer  $\delta x \ll R$ :

$$A'B' = AB \left[ \frac{OA'}{OA} \right] = AB \left[ 1 + \frac{\delta x}{R} \right] \quad (A1.2)$$

$$B'C' = BC \left[ \frac{OB'}{OB} \right] = BC \left[ 1 + \frac{\delta x}{R} \right] \quad (A1.3)$$

Hiermee volgt voor het oppervlak  $A'B'C'D'$ :

$$A'B'C'D' = A'B' \cdot B'C' = AB \cdot BC \left[ 1 + \frac{\delta x}{R} \right]^2 \approx AB \cdot BC \left[ 1 + \frac{2\delta x}{R} \right] \quad (\text{A1.4})$$

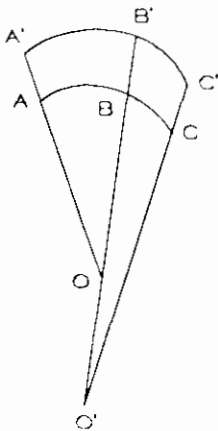
Indien de vergelijkingen (A1.1) en (A1.4) worden gecombineerd, leidt dat tot:

$$\Delta P = \frac{2\gamma}{R} \quad (\text{A1.5})$$

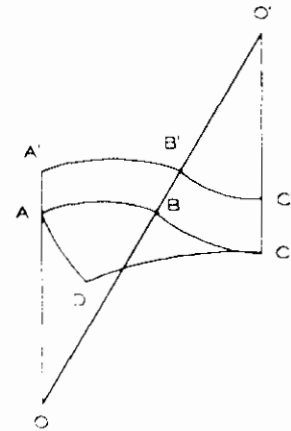
Deze vergelijking wordt op een andere manier ook afgeleid in §2.1.4, en staat bekend als de vergelijking van Laplace.

De waarde van  $R$  wordt positief genomen wanneer het middelpunt van de bol  $O$  in de vloeistof ligt (bolvormig vloeistofoppervlak), en negatief wanneer  $O$  buiten de vloeistof ligt (hol vloeistofoppervlak).

Wanneer het oppervlak  $ABCD$  geen onderdeel van een bol is, is het toch altijd mogelijk om twee lijnen  $AB$  en  $BC$  te vinden, onder een hoek van  $90^\circ$ , zodat de normaalvectoren op het grensvlak in de punten  $A$  en  $B$  samenkomen in een punt  $O$ , en de normaalvectoren op het grensvlak in de punten  $B$  en  $C$  samenkomen in punt  $O'$ .



**Figuur A1.3.** *Synclastisch Grensvlak*



**Figuur A1.4.** *Anticlastisch Grensvlak.*

De lijnen  $AO$  en  $BO'$  zijn de basiskromtestralen van het grensvlak. Er kan worden aangetoond dat de som van de reciproken van de kromtestralen bij willekeurige keuze van de normaalvectoren altijd gelijk is aan de som van de reciproken van de twee basiskromtestralen. Voor dit feit kan worden aangetoond, moet er eerst onderscheid worden gemaakt tussen synclastische en anticlastische oppervlakken.

Bij een synclastisch oppervlak (figuur A1.3), waaronder bolvormige en elliptische oppervlakken vallen, liggen  $O$  en  $O'$  aan dezelfde kant van het oppervlak. In het geval van een anticlastisch oppervlak (figuur A1.4) bevinden  $O$  en  $O'$  zich ieder aan een andere zijde van het oppervlak, zoals het geval is bij een zadelvormig oppervlak.

Voor een synclastisch grensvlak geldt, wanneer R en R' de basiskromtestralen zijn (R=OA, R'=O'B), voor gelijkvormige driehoeken:

$$A'B' = AB \cdot \left[ \frac{OA'}{OA} \right] = AB \left[ 1 + \frac{\delta x}{R} \right] \quad (\text{A1.6})$$

$$B'C' = BC \cdot \left[ \frac{O'B'}{O'B} \right] = BC \left[ 1 + \frac{\delta x}{R'} \right] \quad (\text{A1.7})$$

Hiermee volgt voor A'B'C'D':

$$A'B'C'D' = ABCD \left[ 1 + \frac{\delta x}{R} \right] \left[ 1 + \frac{\delta x}{R'} \right] \approx ABCD \left[ 1 + \delta x \left[ \frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right] \right] \quad (\text{A1.8})$$

Indien deze vergelijking wordt gecombineerd met vergelijking (A1.1), leidt dat tot de volgende relatie:

$$\Delta P = \gamma \left[ \frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right] \quad (\text{A1.9})$$

Deze vergelijking komt overeen met de Laplace-vergelijking die is weergegeven in §2.4.

Voor een anticlastisch oppervlak geldt analoog:

$$A'B' = AB \left[ 1 + \frac{\delta x}{R} \right] \quad (\text{A1.10})$$

$$B'B' = BC \left[ 1 - \frac{\delta x}{R'} \right] \quad (\text{A1.11})$$

Hiermee volgt voor A'B'C'D':

$$A'B'C'D' = ABCD \left[ 1 + \delta x \left[ \frac{1}{R} - \frac{1}{R'} \right] \right] \quad (\text{A1.12})$$

Indien deze vergelijking wordt gecombineerd met vergelijking (A1.1), leidt dat tot de volgende relatie:

$$\Delta P = \gamma \left[ \frac{1}{R} - \frac{1}{R'} \right] \quad (\text{A1.13})$$

De vergelijkingen (A1.9) en (A1.13) kunnen worden samengevat in de volgende relatie:

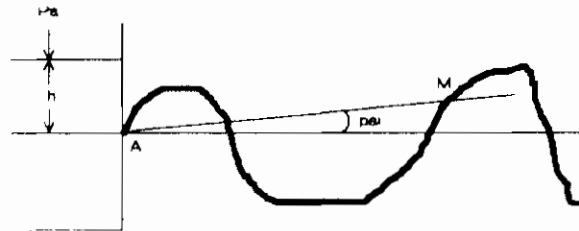
$$\Delta P = \gamma \left[ \frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right] \quad (\text{A1.14})$$

waarin  $R'$  positief en negatief kan worden gekozen, afhankelijk van de vorm van het oppervlak.

Hiermee is aangetoond dat de som van de reciproken van de kromtestralen bij willekeurige keuze van de normaalvectoren per definitie gelijk is aan de som van de reciproken van de twee basiskromtestralen.

## APPENDIX 2 DE WASHBURN VERGELIJKING.

In de volgende afleiding [28] wordt er vanuit gegaan, dat men te maken heeft met één capillaire buis met een uniforme cirkelvormige doorsnede, waarvan de straal  $r$  is. De buis mag iedere lengte en vorm hebben. Een voorbeeld hiervan wordt gegeven in figuur A2.1.



Figuur A2.1. Capillaire buis AB.

De buis (dikke lijn in figuur A2.1) is zo geplaatst dat eindpunt A op elk moment in contact kan worden gebracht met een vloeistof, die tot een hoogte  $h$  boven het middelpunt van de opening in A uitkomt.

Bij het begin van de afleiding wordt uitgegaan van laminaire vloeistofstroming volgens de wet van Poiseuille:

$$dV = \frac{\pi r^4 \Sigma P}{8\eta l} dt \quad (\text{A2.1})$$

met beginvoorwaarde:  $t=0 : V=0$

De symbolen hebben hierin de volgende betekenis:

$dV$  = vloeistofvolume dat in tijd  $dt$  door de capillaire buis stroomt [ $\text{m}^3/\text{s}$ ]

$dt$  = tijdsduur [s]

$\Sigma P$  = totale effectieve druk die de capillaire vloeistofstroming veroorzaakt [ $\text{N}/\text{m}^2$ ]

$r$  = straal van het inwendig oppervlak van de buis [m]

$\eta$  = viscositeit vloeistof [ $\text{Ns}/\text{m}^2$ ]

$l$  = de plaats van de vloeistof in de buis op tijdstip  $t$  [m]

Op tijdstip  $t$  zal het vloeistoffront zich over een afstand  $l$  hebben verplaatst en aangeland zijn in punt M (figuur A2.1), waar het zich verplaatst met een snelheid  $(dl/dt)$ . De volgende relatie kan worden opgesteld:

$$dV = \pi r^2 dl \quad (\text{A2.2})$$

zodat voor de snelheid geldt:

$$\frac{dl}{dt} = \frac{r^4 \Sigma P}{8r^2 \eta l} \quad (\text{A2.3})$$

met beginvoorwaarde:  $t=0 : l=0$

De drukterm  $\Sigma P$  bestaat uit drie delen, namelijk,

- de atmosferische druk  $P_a$ ,
- de hydrostatische druk  $P_h$ ,
- de capillaire druk  $P_{cap}$ .

Voor  $P_h$  geldt de volgende relatie (zie figuur A2.1):

$$P_h = \rho gh - l \rho g \sin \varphi \quad (\text{A2.4})$$

Hierin is  $l$ , de lineaire afstand van A naar M [m],  $\rho$  de dichtheid van de vloeistof [ $\text{kg/m}^3$ ], en  $g$  de zwaartekrachtversnelling [ $\text{m/s}^2$ ]. Voor  $P_{cap}$  geldt, in het geval van een bolvormige meniscus, de volgende relatie, die is afgeleid in §2.1.5:

$$P_{cap} = \frac{2\gamma \cos \theta}{r} \quad (\text{A2.5})$$

Hierin is  $\gamma$  de grensvlakspanning [N/m], en  $\theta$  de contacthoek.

Wanneer de vergelijkingen (A2.3), (A2.4) en (A2.5) worden gecombineerd, levert dat de volgende vergelijking voor de snelheid ( $dl/dt$ ) op:

$$\frac{dl}{dt} = \frac{\left[ P_a + \rho g(h - l \sin \varphi) + \frac{2\gamma \cos \theta}{r} \right] r^2}{8\eta l} \quad (\text{A2.6})$$

Voor een horizontale capillair ( $\varphi=0$ ), en na invullen van de randvoorwaarden bij vergelijking (A2.3) gaat deze vergelijking over in:

$$l^2 = \frac{\left[ P_a + \rho gh + \frac{2\gamma \cos \theta}{r} \right] r^2 t}{4\eta} \quad (\text{A2.7})$$

Wanneer er sprake is van capillaire vloeistofstroming kan de drukterm ( $P_a + \rho gh$ ) worden verwaarloosd ten opzichte van de drukterm  $(2\gamma/r)\cos\theta$ . Vergelijking (A2.7) gaat nu over in de vergelijking die in het algemeen de Washburn-vergelijking wordt genoemd:



$$l^2 = \left[ \frac{\gamma \cos\theta}{\eta} \frac{r}{2} \right] t \quad (\text{A2.8})$$

De corresponderende vergelijking voor de snelheid luidt:

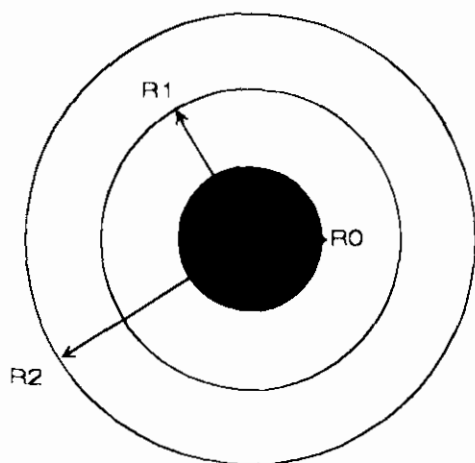
$$\frac{dl}{dt} = \frac{r}{\eta} \frac{\gamma \cos\theta}{4l} \quad (\text{A2.9})$$

De snelheid waarmee een vloeistof een horizontale capillair binnendringt, onder invloed van de grensvlakspanning van die vloeistof, is recht evenredig met de straal van de dwarsdoorsnede van het capillair, met de cosinus van de contacthoek tussen vloeistof en capillair medium, de verhouding tussen de grensvlakspanning en de viscositeit van de vloeistof, en omgekeerd evenredig met de lengte van dat gedeelte van het capillair dat reeds met vloeistof is gevuld.

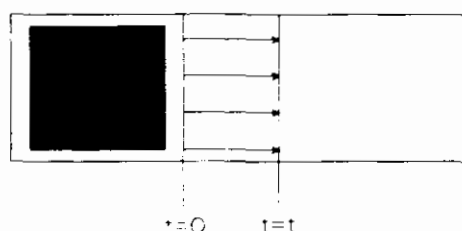
## APPENDIX 3 DE CST-MODELLEN VAN UNNO EN LEU.

### A3.1 Het CST-model van Unno.

Unno leidt in zijn artikel [15] een relatie af die de plaats van het vloeistoffront als functie van de tijd beschrijft in een lineaire uitvoering van het CST-apparaat (LCST). Het verschil met het conventionele CST-apparaat ligt in de vorm van het resulterende vloeistoffront; daar waar het conventionele CST-apparaat een cirkelvormig vloeistoffront oplevert, levert het LCST-apparaat een lineair front op. Dit verschil is duidelijk in te zien aan de hand van de figuren A3.1 en A3.2.



**Figuur A3.1.** CST vloeistoffront.



**Figuur A3.2.** LCST vloeistoffront

De afleiding van het model voor de modellering van een LCST-apparaat is aanmerkelijk eenvoudiger dan voor een CST-apparaat, omdat het door het filtraat doorstroomde oppervlak (dikte filtermedium \* breedte filtermedium) constant blijft, en niet, zoals in het geval van CST, met de tijd toeneemt. Het door Unno afgeleide LCST-model wordt, zonder enige onderbouwing, getransformeerd in een CST-model.

Unno begint zijn afleiding met de definitie van een viertal basisrelaties; twee relaties beschrijven de drukval over de slibkoek, twee andere relaties de drukval over het filtermedium. De afleiding is gebaseerd op de aanname dat er een perfect lineair dan wel cirkelvormig vloeistoffront zal ontstaan.

1. De eerste basisvergelijking luidt, volgens de wet van Darcy:

$$\Delta P_v = \frac{1}{A} \frac{\eta L}{K_f} \frac{dV}{dt} = \frac{\eta \alpha_m C}{2A^2} \frac{dV^2}{dt} \quad (\text{A3.1})$$

met beginvoorwaarde:  $t=0 : V=0$

De gemiddelde specifieke filtratieweerstand is gedefinieerd als:

$$\alpha_m = \frac{1}{CK_s} \quad (\text{A3.2})$$

De symbolen hebben hierin de volgende betekenis:

- $\Delta P_s$  = drukval over de slibkoek [ $\text{N/m}^2$ ]
- $A$  = oppervlakte buisdoorsnede [ $\text{m}^2$ ]
- $\eta$  = viscositeit filtraat [ $\text{Ns/m}^2$ ]
- $L$  = dikte filterkoek [ $\text{m}$ ]
- $K_s$  = permeabiliteit van slib voor filtraat [ $\text{m}^2$ ]
- $V$  = filtraatvolume [ $\text{m}^3$ ]
- $t$  = tijd [ $\text{s}$ ]
- $\alpha_m$  = gemiddelde specifieke filtratieweerstand [ $\text{m/kg}$ ]
- $C$  = massa koek afgezet per volume-eenheid filtraat [ $\text{kg/m}^3$ ]

2. De tweede basisvergelijking beschrijft het gegeven dat het drukverschil over de slibkoek is opgebouwd uit twee componenten, namelijk de vloeistofdruk boven de koek en de capillaire zuigkracht die wordt uitgeoefend door het filtreerpapier.

$$\Delta P_s = \rho_s g H + \frac{F'}{A} \quad (\text{A3.3})$$

De symbolen hebben hierin de volgende betekenis:

- $\rho_s$  = dichtheid slib [ $\text{kg/m}^3$ ]
- $g$  = zwaartekrachtversnelling [ $\text{m/s}^2$ ]
- $H$  = hoogte slibkolom [ $\text{m}$ ]
- $F'$  = zuigkracht filtreerpapier [ $\text{N}$ ]

Deze twee eerste basisvergelijkingen zijn identiek aan de vergelijkingen die worden gebruikt bij de afleiding van het CST-model (hoofdstuk 3). De derde en de vierde basisvergelijking leveren echter wel verschillen op.

3. De derde basisvergelijking beschrijft de drukval over het filtermedium, en luidt als volgt:

$$\Delta P_f = \frac{1}{Wh} \frac{\eta z}{K_f} \frac{dV}{dt} \quad (\text{A3.4})$$

met beginvoorwaarde:  $t=0 : V=0$

De symbolen hebben hierin de volgende betekenis:

- $\Delta P_f$  = drukval over het filtermedium [N/m<sup>2</sup>]
- $W$  = breedte van het filtermedium [m]
- $h$  = dikte van het filtermedium [m]
- $z$  = lineair afgelegde afstand door het vloeistoffront op tijdstip  $t$  [m]
- $K_f$  = permeabiliteit van het filtermedium voor filtraat [m<sup>2</sup>]

4. De vierde basisvergelijking is analoog aan vergelijking (A3.3) en luidt als volgt:

$$Wh\Delta P_f = \beta\gamma Wh - F' \quad (\text{A3.5})$$

De symbolen hebben hierin de volgende betekenis:

- $\gamma$  = grensvlakspanning van het filtraat [N/m]
- $B$  = reciproke van de hydraulische straal =  $1/R_h$  [m<sup>-1</sup>]

Combinatie van de vier basisvergelijkingen levert de volgende differentiaalvergelijking op

$$\rho, gHA + \beta\gamma Wh = \frac{\eta\varepsilon^2 W^2 h^2 \alpha_m^2 C}{2A} \frac{dz^2}{dt} + \frac{\eta\varepsilon Wh}{K_f} \frac{dz^2}{dt} \quad (\text{A3.6})$$

met beginvoorwaarde:  $t=0 : z=0$

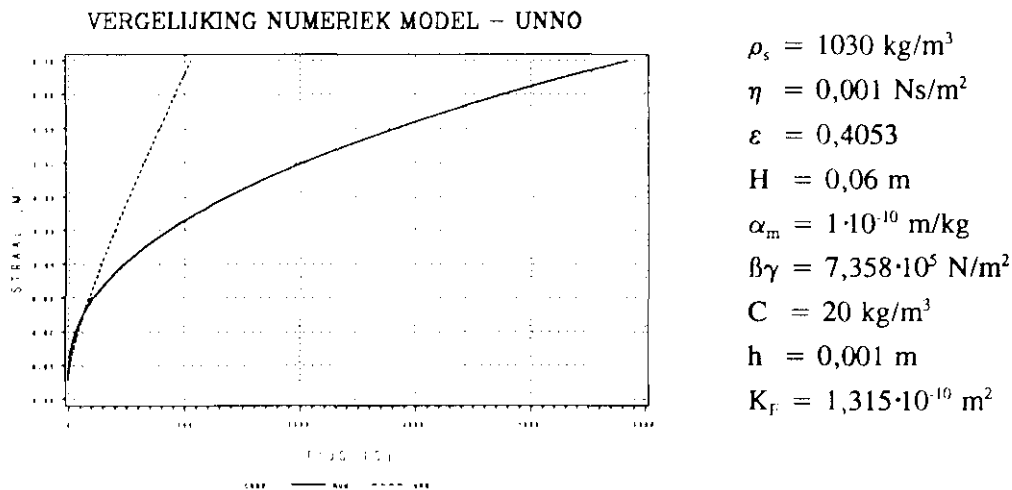
Hierin is  $\varepsilon$  de porositeit van het filtermedium. Wanneer wordt aangenomen dat de gemiddelde specifieke filtratieweerstand  $\alpha_m$  onafhankelijk is van zowel de druk als de tijd, kan vergelijking (A3.6) worden geïntegreerd tot een expliciete vergelijking tussen de LCST en de betrokken variabelen:

$$t = \left[ \frac{\eta\varepsilon^2 W^2 h^2}{2A^2 \left[ \rho, gH + \frac{\beta\gamma Wh}{A} \right]} \left[ \alpha_m + \frac{A}{\varepsilon Wh K_f} \right] \right] z^2 \quad (\text{A3.7})$$

Deze vergelijking laat zien dat de LCST lineair afhangt van  $z^2$ . Na afleiding van deze relatie poneert Unno een analoge vergelijking voor een CST-apparaat. Deze vergelijking ziet er als volgt uit:

$$t = \frac{\frac{\eta\pi^2 \varepsilon^2 h^2 \alpha_m C}{2A^2} (R^2 - R_0^2)^2 + \frac{\eta\varepsilon}{2K_f} \ln \left[ \frac{R}{R_0} \right] (R^2 - R_0^2)}{\rho, gH + \frac{2\pi Rh\beta\gamma}{A}} \quad (\text{A3.8})$$

$R_0$  is in deze relatie de straal van de CST - buis. Deze vergelijking verschilt dus wezenlijk van het resultaat van de afleiding gepresenteerd in hoofdstuk 3. De resultaten van beide modellen, bij dezelfde set constanten (weergegeven naast figuur A3.3), verschillen dan ook aanzienlijk (figuur A3.3).



**Figuur A3.3.** Vergelijking van het model Unno met het numerieke model

### A3.2 Het CST-model van Leu.

Evenals Unno maakt Leu [15] de aanname dat er een perfect circelvormig vloeistoffront wordt verkregen tijdens het CST-experiment. Leu begint zijn afleiding met de formulering van de Darcy-Shirato-vergelijking voor stroming door de filterkoek. Deze relatie luidt als volgt:

$$\Delta P_s = \eta J_s \alpha_m q_1 w_s \quad (\text{A3.9})$$

De symbolen hebben hierin de volgende betekenis:

$\Delta P_s$  = drukval over de slibkoek [ $\text{N/m}^2$ ]

$\eta$  = viscositeit filtraat [ $\text{Ns/m}^2$ ]

$J_s$  = correctiefactor voor interne stromingsvariaties t.g.v. vaste stofsnelheid [-]

$\alpha_m$  = gemiddelde specifieke filtratieweerstand [ $\text{m/kg}$ ]

$q_1$  = superficiële snelheid van het filtraat door de slibkoek [ $\text{m/s}$ ]

$w_s$  = massa koek afgezet per eenheid filtratie-oppervlak [ $\text{kg/m}^2$ ]

Vervolgens wordt er een Darcy-relatie geformuleerd die de vloeistofstroming door het filtermedium beschrijft. Deze vergelijking ziet er als volgt uit:

$$\frac{dP_L}{dr} = -\frac{\eta}{K_f} q_p \quad (\text{A3.10})$$

met randvoorwaarden:  $r = R_0 : P_L = P_0$   
 $r = R : P_L = P$

De symbolen hebben hierin de volgende betekenis:

$P_L$  = hydraulische druk [N/m<sup>2</sup>]  
 $r$  = radiële afstand van het vloeistoffront tot het middelpunt van de CST-buis [m]  
 $K_f$  = permeabiliteit van het filtermedium voor filtraat [m<sup>2</sup>]  
 $q_p$  = superficiële snelheid van het filtraat op plaats  $r$  [m/s]

De twee superfiële snelheden zijn met elkaar gecorreleerd door een (filtraat) massabalans:

$$q_1 A = q_p 2\pi r h \quad (\text{A3.11})$$

Substitutie van vergelijking (A3.11) in (A3.10) levert de volgende integraal op:

$$\int_{P_0}^P dP_L = \Delta P_f = -\frac{\eta q_1 A}{2K_f \pi h} \int_{R_0}^R \frac{1}{r} dr \quad (\text{A3.12})$$

Hierin is  $\Delta P_f$  de hydraulische drukval van  $R_0$  tot  $R$  in het filtermedium. Deze drukval is dus een functie van de plaats van het vloeistoffront. Dit verband luidt als volgt:

$$\Delta P_f = \frac{\eta q_1 A}{2K_f \pi h} \ln \frac{R}{R_0} \quad (\text{A3.13})$$

De hydrostatische druk  $P_h$  en de capillaire druk  $P_{cap}$  zijn de drijvende krachten voor vloeistofstroming door zowel de slibkoek als door het filtermedium. De som van deze beide drijvende krachten moet gelijk zijn aan de som van de twee geformuleerde drukvallen  $\Delta P_s$  en  $\Delta P_f$ . De volgende vergelijking kan dan worden opgesteld:

$$P_h + P_{cap} = \Delta P_s + \Delta P_f = \eta J_s \alpha_m q_1 w_s + \frac{\eta q_1 A}{2K_f \pi h} \ln \frac{R}{R_0} \quad (\text{A3.14})$$

Voor  $q_1$  geldt dan:

$$q_1 = \frac{P_h + P_{cap}}{\eta J_s \alpha_m w_s + \frac{\eta A}{2K_f \pi h} \ln \frac{R}{R_0}} = \frac{P_h + P_{cap}}{\eta (R_s + R_f)} \quad (\text{A3.15})$$

$R_s$  en  $R_f$  zijn hierin respectievelijk de slibkoek- en de filtermediumweerstand. Het filtraatvolume per eenheid filtratie-oppervlak  $V$  is als volgt gerelateerd met de eigenschappen van het filtermedium:

$$V = \frac{w_s}{C} = \frac{\pi r^2 h \varepsilon}{A} \quad (\text{A3.16})$$

Hierin is C de massa koek afgezet per volume-eenheid filtraat, en  $\varepsilon$  de porositeit van het filtermedium. De superficiële vloeistofsnelheid kan dan als volgt worden weergegeven:

$$q_1 = \frac{dV}{dt} = \frac{2\pi h \varepsilon}{A} r \frac{dr}{dt} \quad (\text{A3.17})$$

met beginvoorwaarde:  $t=0 : V=0 : r=R_0$

Wanneer de vergelijkingen (A3.15) en (A3.17) worden gecombineerd, volgt de volgende differentiaalvergelijking (de randvoorwaarden veranderen niet):

$$\frac{dr}{dt} = \frac{P_h + P_{cap}}{\frac{2}{A^2} \eta J_s \alpha_m C \pi^2 h^2 \varepsilon r^3 + \frac{\eta \varepsilon}{K_f} r \ln \frac{r}{R_0}} \quad (\text{A3.18})$$

Uit deze differentiaalvergelijking volgt, met de randvoorwaarden bij vergelijking (A3.17), de volgende integraal:

$$\int_{R_0}^R \left[ \frac{2}{A^2} \eta J_s \alpha_m C \pi^2 h^2 \varepsilon^2 r^3 + \frac{\eta \varepsilon}{K_f} r \ln \frac{r}{R_0} \right] dr = \int_0^t (p_h + p_{cap}) dt \quad (\text{A3.19})$$

**APPENDIX 4 HARKINS & BROWN CORRECTIEFACTOREN [14].**

$r/V^{1/3}$ [-]	F [-]	$r/V^{1/3}$ [-]	F [-]	$r/V^{1/3}$ [-]	F [-]
0,30	0,2166	0,50	0,2458	0,70	0,2618
0,31	0,2183	0,51	0,2469	0,71	0,2622
0,32	0,2201	0,52	0,2480	0,72	0,2626
0,33	0,2218	0,53	0,2490	0,73	0,2630
0,34	0,2235	0,54	0,2501	0,74	0,2634
0,35	0,2251	0,55	0,2510	0,75	0,2637
0,36	0,2267	0,56	0,2520	0,76	0,2640
0,37	0,2283	0,57	0,2529	0,77	0,2642
0,38	0,2299	0,58	0,2538	0,78	0,2644
0,39	0,2314	0,59	0,2546	0,79	0,2646
0,40	0,2328	0,60	0,2554	0,80	0,2648
0,41	0,2343	0,61	0,2562	0,81	0,2649
0,42	0,2357	0,62	0,2570	0,82	0,2650
0,43	0,2371	0,63	0,2577	0,83	0,2650
0,44	0,2384	0,64	0,2584	0,84	0,2650
0,45	0,2397	0,65	0,2590	0,85	0,2650
0,46	0,2410	0,66	0,2596	0,86	0,2650
0,47	0,2423	0,67	0,2602	0,87	0,2649
0,48	0,2435	0,68	0,2608	0,88	0,2648
0,49	0,2447	0,69	0,2613	0,89	0,2646

**Tabel A4.1.** *Harkins & Brown correctiefactoren*



$r/V^{1/3}$ [-]	F [-]	$r/V^{1/3}$ [-]	F [-]	$r/V^{1/3}$ [-]	F [-]
0,90	0,2644	1,00	0,2608	1,10	0,2538
0,91	0,2642	1,01	0,2602	1,11	0,2529
0,92	0,2640	1,02	0,2597	1,12	0,2520
0,93	0,2637	1,03	0,2590	1,13	0,2511
0,94	0,2634	1,04	0,2584	1,14	0,2501
0,95	0,2630	1,05	0,2577	1,15	0,2491
0,96	0,2626	1,06	0,2570	1,16	0,2480
0,97	0,2622	1,07	0,2563	1,17	0,2470
0,98	0,2618	1,08	0,2555	1,18	0,2459
0,99	0,2613	1,09	0,2547	1,19	0,2477

Tabel A4.2. *Harkins & Brown correctiefactoren.*

## APPENDIX 5 DE KOZENY-CARMAN-VERGELIJKING.

De afleiding van de Kozeny-Carman-vergelijking [1,2,5,12], die de permeabiliteit voor vloeistofstroming door een gepakt bed oplevert, begint met het formuleren van de Poiseuille-vergelijking voor laminaire stroming in een cilindrische buis:

$$v = \frac{\Delta P R^2}{8\eta L} \quad (\text{A5.1})$$

De symbolen hebben hierin de volgende betekenis:

$v$  = vloeistofsnelheid door het gepakte bed [m/s]

$\Delta P$  = drukverschil over het gepakte bed [N/m<sup>2</sup>]

$R$  = binnenstraal van de cilindrische pijp [m]

$\eta$  = viscositeit van de vloeistof die door de buis stroomt [Ns/m<sup>2</sup>]

$L$  = lengte van het gepakte bed [m]

Wanneer de hydraulische straal wordt gedefinieerd als het volume pijp per lengte-eenheid, gedeeld door het bevochtigde oppervlak per lengte-eenheid, dan leidt dat tot de volgende vergelijking:

$$R_h = \frac{\pi R^2}{2\pi R} = \frac{R}{2} \quad (\text{A5.2})$$

In §3.2, vergelijkingen (3.9) en (3.10), is afgeleid dat tevens geldt:

$$R_h = \frac{\varepsilon}{a_v(1-\varepsilon)} \quad (\text{A5.3})$$

Hierin is  $a_v$  het specifiek oppervlak [m<sup>2</sup>/m<sup>3</sup>] en  $\varepsilon$  de porositeit. Indien de vergelijkingen (A5.1), (A5.2) en (A5.3) worden gecombineerd, levert dat de volgende vergelijking voor de snelheid door het gepakte bed op:

$$v = \frac{\Delta P \varepsilon^2}{2\eta L a_v^2 (1-\varepsilon)^2} \quad (\text{A5.4})$$

Deze relatie geldt dus indien men ervan uitgaat dat de poriën in het gepakte bed een cilindrische vorm hebben. Wanneer dit niet het geval is wordt in de praktijk de factor 2 in de vergelijking aangepast. Wanneer men bijvoorbeeld aanneemt dat de vorm een meer elliptisch karakter heeft, wordt in plaats van 2 vaak de constante 2,5 gekozen. In deze afleiding echter wordt verder uitgegaan van cilindrische poriën. Dit is immers ook de vorm die is aangenomen in de kwikporosimetrie-meting (§4.1.2).

Voor de werkelijke, gemeten, lineaire vloeistofsnelheid in het gepakte bed geldt de volgende relatie:

$$v_0 = v\varepsilon \frac{L'}{L} \quad (\text{A5.5})$$

Hierin is  $L$  de actuele weglengte,  $L'$  de gemeten bedlengte. Nu geldt voor de actuele vloeistofsnelheid:

$$v_0 = \frac{\Delta P \varepsilon^3}{2\eta L a_v^2 (1-\varepsilon)^2 \frac{L'}{L}} \quad (\text{A5.6})$$

De permeabiliteit voor vloeistofstroming door het gepakte bed ( $K$ , [ $\text{m}^2$ ]) wordt als volgt gedefinieerd:

$$K = \frac{\eta L' v_0}{\Delta P} \quad (\text{A5.7})$$

Na combinatie van de vergelijkingen (A5.6) en (A5.7) volgt dan:

$$K = \frac{\varepsilon^3}{2 \left[ \frac{L}{L'} \right]^2 a_v^2 (1-\varepsilon)^2} \quad (\text{A5.8})$$

Carman heeft experimenteel vastgesteld dat de vloeistof gemiddeld gesproken onder een hoek van  $45^\circ$  met de bedas door het gepakte bed stroomt. De werkelijke weglengte is dan een factor  $\sqrt{2}$  maal zo groot als de bedlengte. De Kozeny-Carman vergelijking voor een gepakt bed met cilindrische poriën ziet er dan als volgt uit:

$$K = \frac{\varepsilon^3}{4 a_v^2 (1-\varepsilon)^2} \quad (\text{A5.9})$$

## APPENDIX 6 NUMERIEKE OPLOSSING CST-MODEL IN SAS.

```
TITLE 'NUMERIEKE OPLOSSING';

DATA;

  ROS=1.03E3;
  HS=0.06;
  C=20;
  MU=1E-3;
  ALPHA=1E10;
  D=0.001;
  E=0.4053;
  BG=7.358E5;
  KF=1.315E-15;
  R0=0.006;
  G=9.80;
  PI=3.1415927;
  T0=0;
  INT=0;
  BOV=0.100;
  N=100;

  DO R=R0 TO BOV BY (BOV-R0)/N;
  DR=(BOV-R0)/N;
  TERM1=(2*ALPHA*MU*(E**2)*C*(D**2))/(R0**2)*(R**3);
  TERM2=2*MU*ALPHA*(E**2)*C*(D**2)*R;
  TERM3=(2*MU*E*D)/(KF)*R*R*LOG(R);
  TERM4=(2*LOG(R0)*MU*E*D)/(KF)*(R**2);
  TERM5=ROS*G*HS*(R0**2);
  TERM6=BG*2*D*R;
  T=(TERM1-TERM2+TERM3-TERM4)/(TERM5+TERM6);
  W=(T+T0)/2;
  CST=W*DR+INT;
  T0=T;
  INT=CST;
  OUTPUT;
  END;
RUN;
```

```
PROC PRINT;  
  VAR R CST;  
RUN;
```

```
GOPTIONS DEVICE=PS2EGA;  
PROC GPLOT;  
  PLOT R*CST/GRID VAXIS=AXIS1 HAXIS=AXIS2;  
  LABEL R='STRAAL (M)'  
    CST='TJD (S)';  
  AXIS1 LABEL=(A=90 R=0 H=2);  
  AXIS2 LABEL=(H=2);
```

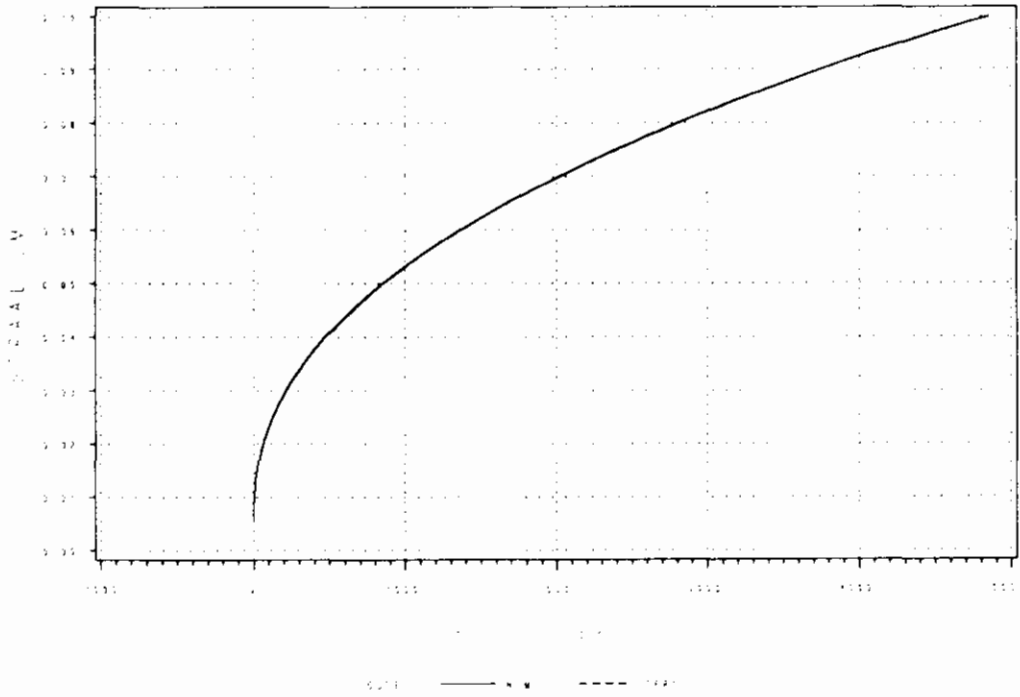
```
SYMBOL1 I=JOIN V=NONE L=1 C=YELLOW;  
SYMBOL2 I=JOIN V=NONE L=2 C=CYAN;  
SYMBOL3 I=JOIN V=NONE L=3 C=BLUE;  
RUN;
```

```
GOPTIONS DEVICE=HP7550  
GSFNAME=NAAM  
GSFMODE=REPLACE  
NOPROMPT AUTOFEED;  
FILENAME NAAM 'C:\JUUL\PLNUM.SAS';  
PROC GPLOT;  
  PLOT R*CST/GRID VAXIS=AXIS1 HAXIS=AXIS2;  
  LABEL R='STRAAL (M)'  
    CST='TJD (S)';  
  AXIS1 LABEL=(A=90 R=0 H=2);  
  AXIS2 LABEL=(H=2);
```

```
SYMBOL1 I=JOIN V=NONE L=1 C=YELLOW;  
SYMBOL2 I=JOIN V=NONE L=2 C=CYAN;  
SYMBOL3 I=JOIN V=NONE L=3 C=BLUE;  
RUN;
```

APPENDIX 7 VERWAARLOZEN VAN DE TERMEN 1-6 IN HET CST-MODEL.

VERWAARLOZING TERM 1

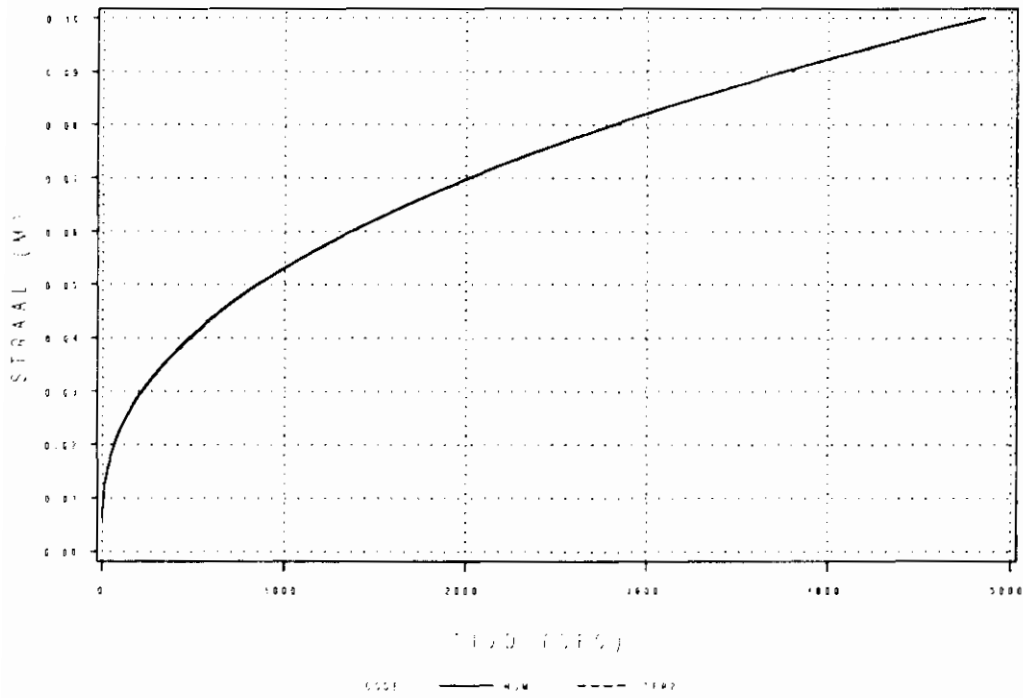


**Figuur A7.1.** Verwaarlozing term 1 in het CST - model.

$$\text{model : } \int_R^R \frac{Fr^3 - Gr + Lr^2 \ln r - Mr^2}{A + Br} dr = \int_{t_0}^t dt$$

$$\text{term 1 : } Fr^3 = \frac{2\eta\alpha_m C\epsilon^2 h^2}{R_0^2} r^3$$

## VERWAARLOZING TERM 2

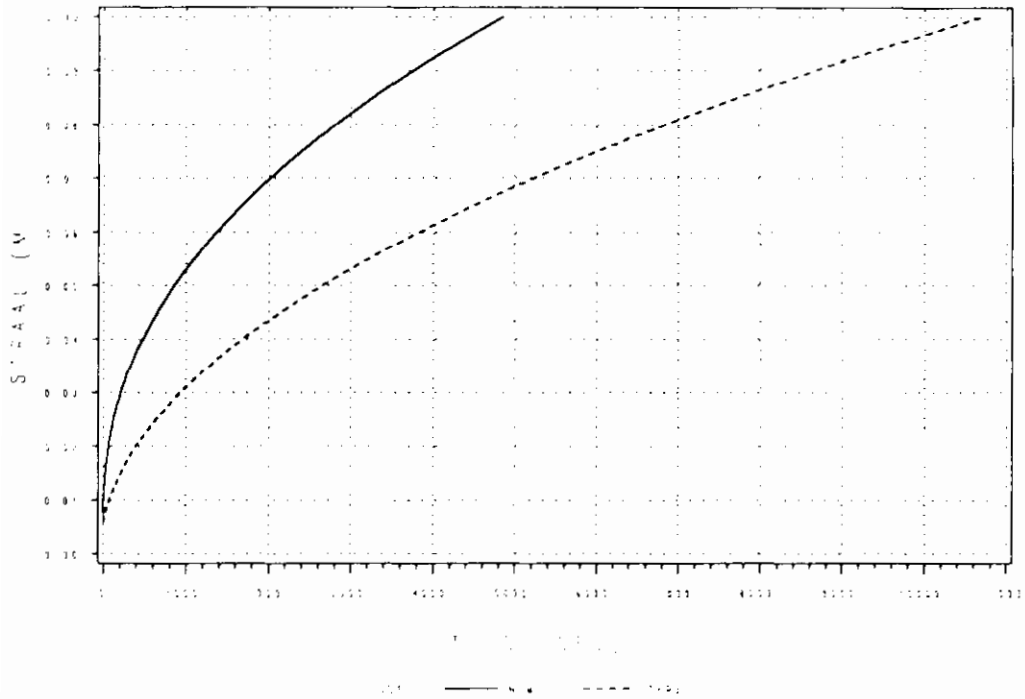


**Figuur A7.2.** Verwaarlozing term 2 in het CST - model.

$$\text{model : } \int_{R_0}^R \frac{Fr^3 - Gr + Lr^2 \ln r - Mr^2}{A + Br} dr = \int_0^t dt$$

$$\text{term2 : } Gr = 2\eta\alpha_m C_e^2 h^2 r$$

### VERWAARLOZING TERM 3



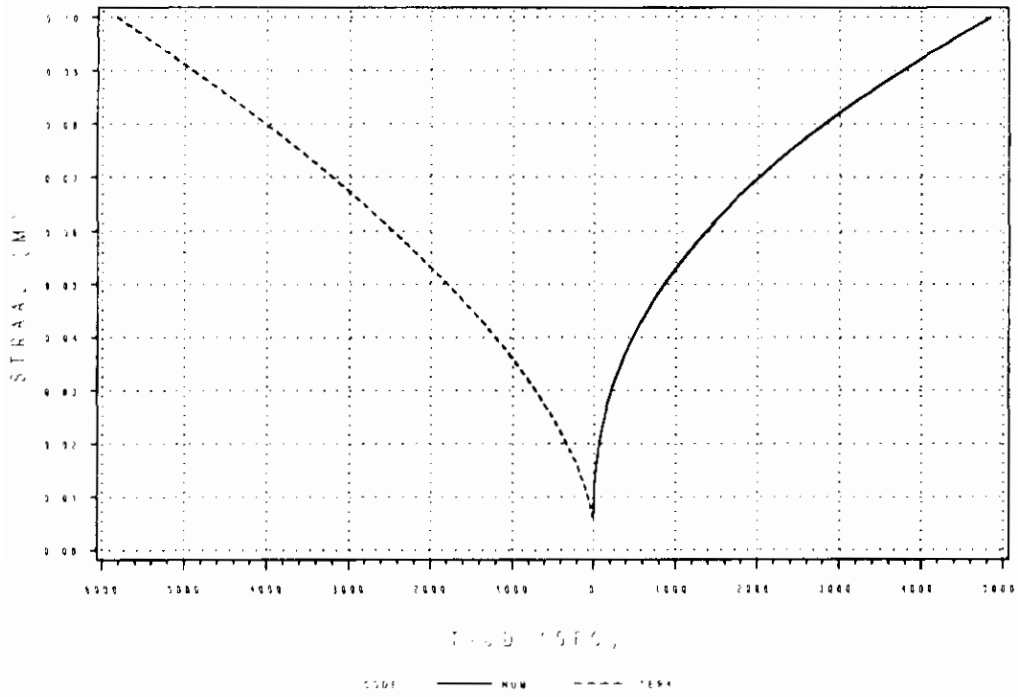
**Figuur A7.3.** Verwaarlozing term 3 in het CST - model.

$$\text{model : } \int_{K_1}^{K_2} \frac{Fr^3 - Gr + Lr^2 \ln r - Mr^2}{A + Br} dr = \int_0^t dt$$

$$\text{term3 : } Lr^2 \ln r = \frac{2\eta\epsilon h}{K_t} r^2 \ln r$$



## VERWAARLOZING TERM 4

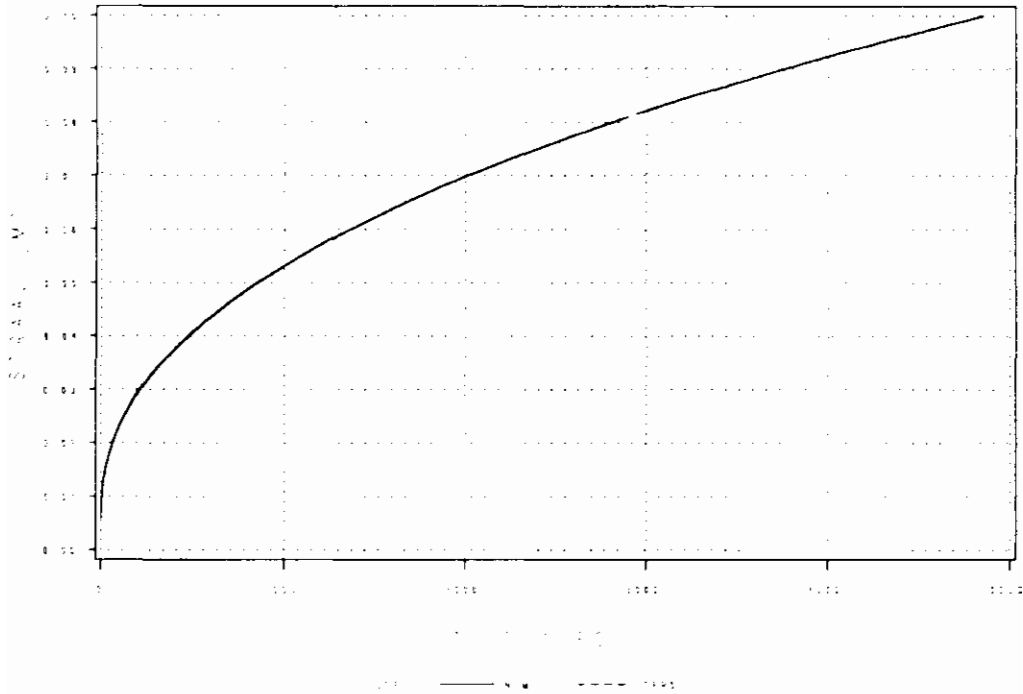


**Figuur A7.4.** Verwaarlozing term 4 in het CST - model.

$$\text{model : } \int_{R_0}^R \frac{Fr^3 - Gr + Lr^2 \ln r - Mr^2}{A + Br} dr = \int_0^t dt$$

$$\text{term4 : } Mr^2 = \frac{2 \ln(R_0) \eta \epsilon h}{K_f} r^2$$

## VERWAARLOZING TERM 5

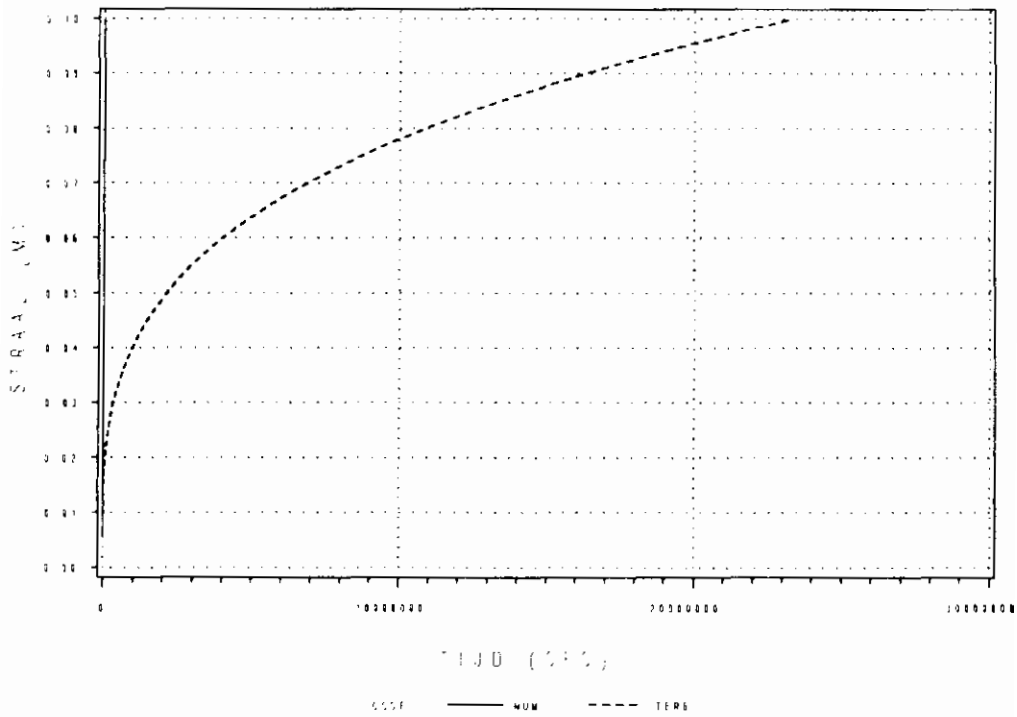


**Figuur A7.5.** Verwaarlozing term 5 in het CST - model.

$$\text{model : } \int_{R_0}^R \frac{Fr^3 - Gr + Lr^2 \ln r - Mr^2}{A + Br} dr = \int_0^t dt$$

$$\text{term5 : } A = \rho_s g H R_0^2$$

## VERWAARLOZING TERM 6



**Figuur A7.6.** Verwaarlozing term 6 in het CST - model.

$$\text{model : } \int_{R_0}^R \frac{Fr^3 - Gr + Lr^2 \ln r - Mr^2}{A + Br} dr = \int_0^t dt$$

$$\text{term6 : } Br = 2\beta\gamma hr$$

## APPENDIX 8 BESTURINGSPROGRAMMA WEERSTANDSMETER.

```
program
  SlibJongens;

uses
  Crt,
  V24Bis;

const
  ComNr = 2;
  ComSettings : rsTSettings = (
    BaudRate : 1200;
    Parity    : 0;
    DataBits  : 8;
    StopBits  : 1;
    Timed     : false
  );
  SecPerTick = 3600/65536;

var
  c    : char;
  Time : ^longint;
  fp   : text;
  FN   : string;
  Time0 : longint;
  LastTime : longint;
  S    : string;
  n    : byte;

function
  WriteOk(fn: string): boolean;
var
  ok    : boolean;
  Result : integer;
begin
  ok := false;
  IF fn = '' then begin
    WriteOk := false;
```

```

    Exit;
END;
assign(fp, fn);
{$I-}
reset(fp);
result := IOResult;
{$I+}
IF Result < > 0 then begin
    {$I-}
    rewrite(fp);
    result := IOResult;
    {$I+}
    ok := Result = 0;
END else Close(fp);
WriteOk := ok;
end;

```

begin

```

FN := paramstr(1);
IF not WriteOk(FN) then begin
    writeln('Error! File "', FN, '" bestaat al of kan niet worden gecreëerd');
    Halt(2);
END;

```

```

Writeln('Druk op <ENTER> om met meten te beginnen');

```

```

repeat until keypressed and (readkey = #13);

```

```

Writeln('Druk op <ESC> om meting te beëindigen');

```

```

c := '@';

```

```

Time := Ptr($0040,$006C); {systemtimer}

```

```

rsInit(ComNr, ComSettings, 5000);

```

```

Time0 := Time^;

```

```

LastTime := Time^;

```

```

repeat

```

```

    if keypressed then c := readkey;

```

```

    IF Time^ - LastTime > 18 then begin

```

```

        LastTime := Time^;

```

```

        rsSendLine(ComNr, 'GER'#13);

```

```

    END;

```

```
IF rsLinesAvailable(ComNr) > 0 then begin
  S := rsReceiveLine(ComNr);
  IF length(S) > 5 then begin
    n := Pos(' ', S);
    S := Copy(S, n, byte(s[0]) - n + 1);
    writeln(fp, ((Time^ - Time0) * SecPerTick):8:1, ' ', S);
    writeln(((Time^ - Time0) * SecPerTick):8:1, ' ', S);
  END;
END;
until c = #27;

rsDone(ComNr);
Close(fp);
end.
```

## APPENDIX 9 VERGELIJKING MODEL-EXPERIMENTEN IN SAS.

```
TITLE 'MODEL vs. PRAKTIJK';
```

```
DATA EEN;
```

```
ROS=1.03E3;
```

```
HS=0.07;
```

```
C=20;
```

```
MU=1E-3;
```

```
ALPHA=0;
```

```
D=0.001;
```

```
E=0.4053;
```

```
BG=7.358E5;
```

```
KF=1.315E-15;
```

```
R0=0.008;
```

```
G=9.80;
```

```
PI=3.1415927;
```

```
T0=0;
```

```
INT=0;
```

```
BOV=0.05;
```

```
N=100;
```

```
DO R=R0 TO BOV BY (BOV-R0)/N;
```

```
DR=(BOV-R0)/N;
```

```
LEGENDA='MODEL';
```

```
TERM1=(2*ALPHA*MU*(E**2)*C*(D**2))/(R0**2)*(R**3);
```

```
TERM2=2*MU*ALPHA*(E**2)*C*(D**2)*R;
```

```
TERM3=(2*MU*E*D)/(KF)*R*R*LOG(R);
```

```
TERM4=(2*LOG(R0)*MU*E*D)/(KF)*(R**2);
```

```
TERM5=ROS*G*HS*(R0**2);
```

```
TERM6=BG*2*D*R;
```

```
T=(TERM1-TERM2+TERM3-TERM4)/(TERM5+TERM6);
```

```
W=(T+T0)/2;
```

```
TIJD=W*DR+INT;
```

```
T0=T;
```

```
INT=TIJD;
```

```
OUTPUT;
```

```
END;
```

```
RUN;
```

```
DATA IN;
```

```
LEGENDA='EXPERIMENT';
```

```
INFILE 'b:\EXP8.DAT';
```

```

INPUT
TIJD 3-8
CAP 11-15
EENH $16-17;
IF EENH = 'pF' THEN CAP = CAP*1E-12;
IF EENH = 'nF' THEN CAP = CAP*1E-9;
ER=8.854E-12;
PI=3.14;
D=0.005;
R0=0.006;
E1=0.4*81;
E2=1.7;
R=((CAP*D/PI)+ER*E1*R0*R0-ER*E2*0.07*0.07)/(ER*E1-ER*E2)**(0.5);
RUN;

```

```

DATA TOTAAL;
  SET EEN IN;
RUN;

```

```

GOPTIONS RESET=ALL DEVICE=PS2EGA;
TITLE 'MODEL vs. PRAKTIJK';
PROC GPLOT DATA=TOTAAL;
  PLOT R*TIJD=LEGENDA/GRID VAXIS=AXIS1 HAXIS=AXIS2;
  LABEL R='STRAAL (M)'
        TIJD='TIJD (S)';
  AXIS1 LABEL=(A=90 R=0 H=2);
  AXIS2 LABEL=(H=2);

```

```

SYMBOL1 I=JOIN V=NONE L=1 C=YELLOW;
SYMBOL2 I=JOIN V=NONE L=2 C=CYAN;
SYMBOL3 I=JOIN V=NONE L=3 C=BLUE;
RUN;

```

```

GOPTIONS DEVICE=HP7550
GSFNAME=NAAM
GSFMODE=REPLACE
NOPROMPT AUTOFEED;
FILENAME NAAM 'C:\juut\plexp8.sas';
PROC GPLOT;
  PLOT R*TIJD=LEGENDA/GRID VAXIS=AXIS1 HAXIS=AXIS2;
  LABEL R='STRAAL (M)'
        TIJD='TIJD (S)';
  AXIS1 LABEL=(A=90 R=0 H=2);

```



```
AXIS2 LABEL=(H=2);
```

```
SYMBOL1 I=JOIN V=NONE L=1 C=YELLOW;
```

```
SYMBOL2 I=JOIN V=NONE L=2 C=CYAN;
```

```
SYMBOL3 I=JOIN V=NONE L=3 C=BLUE;
```

```
RUN;
```

**PUBLIKATIREEKS "TOEKOMSTIGE GENERATIE  
RIOOLWATERZUIVERINGSINRICHTINGEN RWZI 2000"<sup>1</sup>**

- 1 "Behandeling van stedelijk afvalwater in de toekomst"  
Een haalbaarheidsonderzoek. I. Eindrapport II. Werkrapport  
RIZA, TNO-Maatschappelijke Technologie en Witteveen & Bos Raadgevende  
ingenieurs  
Juli 1986
- 2 "Toekomstige generatie rioolwaterzuiveringsinrichtingen; RWZI 2000"  
Onderzoekplan  
RIZA, STORA  
Januari 1988
- 3 "Jaarverslag 1988"  
RIZA, STORA  
Maart 1989
- 4 "Slibontwatering; een voorstudie"  
TU-Delft, TU-Eindhoven  
RWZI 2000 89-01  
Januari 1989
- 5 "Knelpunten bij de invoering van defosfatering"  
Witteveen & Bos Raadgevende ingenieurs  
RWZI 2000 89-02  
April 1989
- 6 "Selectieve verwijdering van zware metalen uit ruw rioolwater met behulp van een  
magneetsysteem"  
Smit-Nymegen, TNO-Maatschappelijke Technologie  
RWZI 2000 89-03  
Oktober 1989
- 7 "Verwijdering van zware metalen uit zuiveringsslib door elektrolyse"  
TNO-Maatschappelijke Technologie  
RWZI 2000 89-04  
Oktober 1989

---

<sup>1</sup> Te bestellen bij:  
STOWA, Postbus 8090, 3503 RB Utrecht  
tel. 030-321199

- 8 "Hydrolyse van zuiveringsslib in combinatie met anaërobe vergisting"  
TNO-Maatschappelijke Technologie  
RWZI 2000 89-05  
Oktober 1989
- 9 "Het drogen van zuiveringsslib met het Carver-Greenfieldproces"  
TNO-Maatschappelijke Technologie, Witteveen & Bos Raadgevende ingenieurs  
RWZI 2000 89-06  
December 1989
- 10 "Natte oxydatie van zuiveringsslib met het Vertech-systeem"  
TNO-Maatschappelijke Technologie, Witteveen & Bos Raadgevende ingenieurs  
RWZI 2000 89-07  
December 1989
- 11 "Symposium "RWZI 2000" d.d. 5 oktober 1989"  
RIZA, STORA  
RWZI 2000 89-08  
December 1989
- 12 "Jaarverslag 1989"  
RIZA, STORA  
RWZI 2000 90-01  
Maart 1990
- 13 "AB-Systemen; een inventarisatie"  
DHV Raadgevend Ingenieursbureau BV  
RWZI 2000 90-02  
September 1990
- 14 "Vergisting van aëroob gestabiliseerd slib"  
DHV Raadgevend Ingenieursbureau BV  
RWZI 2000 90-03  
Augustus 1990
- 15 "Het afleiden van procestechnologische relaties uit bedrijfsgegevens van rwzi's"  
DHV Raadgevend Ingenieursbureau BV  
RWZI 2000 90-04  
December 1990
- 16 "Automatische regeling van het slibgehalte in beluchtingstanks"  
Adviebureau BKH  
RWZI 2000 90-05  
September 1990

- 17 "Verkenning Bio-Denitro/Bio-Denipho"  
Witteveen & Bos Raadgevende ingenieurs  
RWZI 2000 90-06  
Juni 1990
- 18 "Linpor-sponsjes als dragermateriaal bij de aërobe zuivering van rioolwater"  
TNO-Maatschappelijke Technologie  
RWZI 2000 90-07  
Oktober 1990
- 19 "Jaarverslag 1990"  
RIZA, STORA  
RWZI 2000 91-01  
Maart 1991
- 20 "Deep Shaft-systemen; een inventarisatie"  
DHV Raadgevend Ingenieursbureau BV  
RWZI 2000 91-02  
Maart 1991
- 21 "Perspectives for the utilization of membrane-assisted sludge retention in municipal waste water treatment plants"  
A feasibility study  
RU-Groningen  
RWZI 2000 91-03  
Juni 1991
- 22 "Jaarverslag 1991"  
RIZA, STOWA  
RWZI 2000 92-01  
Maart 1992
- 23 "Vergisten van zuiverings-slib; een vergelijking tussen thermofiele en mesofiele slibgisting"  
Haskoning B.V., RIZA, LU-Wageningen, DHV Water B.V.  
RWZI 2000 92-02  
Maart 1992
- 24 "First Dutch-Japanese workshop on the treatment of municipal waste water;  
8-11 april 1991, Heelsum, The Netherlands. Part I and part II.  
RIZA, STOWA, TU-Delft  
RWZI 2000 92-03  
Maart 1992

- 25 "Biologische fosfaatverwijdering in combinatie met een korrelreactor"  
LU-Wageningen, DHV Water B.V.  
RWZI 2000 92-04  
Augustus 1992
- 26 "Anaërobe behandeling van stedelijk afvalwater in Nederland"  
Covernota van het uitgevoerde onderzoek 1976 - 1991  
LU-Wageningen, Haskoning B.V.  
RWZI 2000 92-05  
Mei 1992
- 27 "Vergaande nutriëntenverwijdering op een zeer laagbelaste aktiefslibinstallatie"  
Zuiveringsschap Hollandse Eilanden en Waarden, Grontmij N.V.  
RWZI 2000 92-06  
Oktober 1992
- 28 "Ontwikkeling van een slib-op-drager systeem voor de aërobe zuivering van stedelijk afvalwater"  
Fase II: Onderzoek naar de processtabiliteit en optimalisatie van het zuiveringsrendement.  
TNO-IMW  
RWZI 2000 92-07  
Oktober 1992
- 29 "Behandeling van stedelijk afvalwater met het schachtreactorsysteem"  
V & P Waste Water Management B.V.  
RWZI 2000 92-08  
Juli 1994
- 30 "Stikstofverwijdering uit interne stromen op rwzi's"  
DHV Water B.V.  
RWZI 2000 92-09  
December 1992
- 31 "Jaarverslag 1992"  
RIZA, STOWA  
RWZI 2000 93-01  
April 1993
- 32 "Onderzoek demonstratie-installaties magnetische defosfatering"  
Envimag B.V.  
RWZI 2000 93-02  
April 1993

- 33 "Modelvorming en optimalisatie van biologische defosfatering van afvalwater: Microbiële aspecten"  
LU-Wageningen, vakgroep Microbiologie  
RWZI 2000 93-03  
November 1993
- 34 "Jaarverslag 1993"  
RIZA, STOWA  
RWZI 2000 94-01  
Juli 1994
- 35 "Fundamentele aspecten van slibontwatering"  
Deel 1: Samenvattend verslag  
Deel 2: Flocculatiemechanismen  
Deel 3: Filtratie-expressie modellering  
Deel 4: Filtratie expressie experimenten  
Deel 5: Slib-water binding  
Deel 6: Karakterisering van slibben  
Deel 7: Ontwikkeling nieuw CST-apparaat  
Deel 8: Congresbijdragen  
TU-Eindhoven, Laboratorium voor Scheidingstechnologie  
RWZI 2000 94-02  
Juli 1994