

# Regionale verschillen in extreme neerslag

*T.A. Buishand, R. Jilderda en  
J.B. Wijngaard*

De Bilt, 2009

PO Box 201  
3730 AE De Bilt  
Wilhelminalaan 10  
De Bilt  
The Netherlands  
<http://www.knmi.nl>  
Telephone +31(0)30-220 69 11  
Telefax +31(0)30-221 04 07

#### Colofon

Titel:	Regionale verschillen in extreme neerslag
Auteurs:	T.A. Buishand, R. Jilderda en J.B. Wijngaard
Datum:	3 maart 2009
Organisatie	KNMI
Contactgegevens:	
Naam	ing. R. Jilderda
Organisatie	KNMI
Adres	Postbus 201, 3730 AE De Bilt
Telefoonnr:	(030) 220 68 73
E-mail:	Rudmer.Jilderda@knmi.nl

Dit rapport maakt onderdeel uit van het onderzoek 'Van neerslag tot schade',  
uitgevoerd door HKV lijn in water, KNMI en Universiteit Twente  
in opdracht van 'Leven met Water', STOWA, Provincie Zuid-Holland en het Verbond van Verzekeraars.  
met begeleiding van Waterschap Rivierenland, waterschap Zuiderzeeland, Hoogheemraadschap  
Delfland, Hoogheemraadschap Rijnland, Hoogheemraadschap Hollands Noorderkwartier



# Regionale Verschillen in Extreme Neerslag

Buishand, T.A.

Jilderda, R.

Wijngaard, J.B.



## Inhoudsopgave

### Samenvatting

1. Inleiding.....	1
2. Data en homogeniteit.....	2
3. De GEV verdeling en de ruimtelijke variatie van zijn parameters binnen Nederland .....	6
3.1 De variatie van de locatieparameter $\zeta$ binnen Nederland.....	7
3.2 De variatie van de dispersiecoëfficiënt $\gamma$ binnen Nederland .....	10
4. Relatie met eerder onderzoek naar plaatselijke verschillen.....	13
5. Ruimtelijke correlatie van geschatte GEV parameters.....	14
6. Statistische significantie van regionale verschillen .....	16
6.1 Gebruikte toetsingsgrootheden.....	16
6.2 Significantie van ruimtelijke verschillen in de dispersiecoëfficiënt $\gamma$ .....	18
6.3 Significantie van ruimtelijke verschillen in de locatieparameter $\zeta$ .....	21
7. Regionalisatie van de extreme waarden statistiek .....	23
8. Neerslagstatistiek en klimaatverandering .....	27
8.1 Veranderingen van het neerslagklimaat in het verleden .....	27
8.2 Verwachte veranderingen van het neerslagklimaat in de toekomst.....	28
Dankwoord .....	29
Literatuur .....	30
Appendix 1: Overzicht van gebruikte neerslagreeksen .....	33
Appendix 2: Toepassing van de bootstrap bij neerslagmaxima .....	39
Appendix 3: Bepaling van de ruimtelijke correlatie in geschatte GEV parameters.....	41
Appendix 4: Nadere bijzonderheden over toetsen op ruimtelijke verschillen.....	45



## Samenvatting

In het Nationaal Bestuursakkoord Water (NBW), dat in 2003 is gesloten naar aanleiding van wateroverlast in het recente verleden, is afgesproken om meer in het waterbeheer te investeren. Toetsing van watersystemen, aanpassing van bestaande plannen en waar nodig het ontwerpen van nieuwe plannen zijn taken die uit het NBW voortvloeien. Voor een goede uitvoering van deze taken is een statistiek van extreme waarden van de neerslag vaak onontbeerlijk. Dikwijls wordt gebruik gemaakt van een statistiek, die gebaseerd is op neerslagmetingen in De Bilt. Voor duren van 4 uren tot 9 dagen gaat de meest recente extreme waarden statistiek uit van de uurwaarden voor het tijdvak 1906-2003 van dit station. Deze statistiek wordt uitvoerig beschreven in het STOWA rapport 2004-26 (Smits e.a., 2004).

In dit rapport wordt onderzocht in hoeverre er regionale verschillen in de extreme waarden statistiek zijn op basis van de dagwaarden van 141 neerslagstations voor het 55-jarige tijdvak 1951 – 2005. De keuze van deze stations is gebaseerd op de selectie van neerslagstations in het proefschrift van Witter (1984) en een homogeniteitsanalyse met betrekking tot het aantal dagen per jaar met een neerslaghoeveelheid van 10 mm of meer. Uit elk van de 55-jarige neerslagreeksen worden de jaarmaxima voor de duren van 1, 2, 4, 8 en 9 dagen geselecteerd. Voor elke afzonderlijke duur wordt de kansverdeling van de jaarmaxima beschreven door een gegeneraliseerde extreme waarden (GEV) verdeling. Hierbij wordt aangenomen dat de vormparameter van deze verdeling voor elke duur constant is over Nederland en dezelfde waarde heeft als die gevonden voor de langjarige reeks van De Bilt in het STOWA rapport 2004-26. Het onderzoek naar regionale verschillen richt zich dan op de andere parameters van de GEV verdeling, in deze studie de dispersiecoëfficiënt, een maat voor de variabiliteit van de jaarmaxima, en de locatieparameter, die in sterke mate het gemiddelde van de jaarmaxima bepaalt.

De statistische significantie van de regionale verschillen in de dispersiecoëfficiënt en de locatieparameter wordt beïnvloed door de correlatie van de geschatte waarden van deze parameters tussen de verschillende stations als gevolg van de ruimtelijke afhankelijkheid van de neerslag. Deze ruimtelijke correlatie wordt geschat met behulp van een bootstrap procedure. De afname van deze correlatie met toenemende afstand tussen de neerslagstations wordt beschreven met een eenvoudige wiskundige relatie.

Verschillende toetsen laten zien dat er statistisch significante verschillen in de locatieparameter zijn maar niet in de dispersiecoëfficiënt. Bij een constante dispersiecoëfficiënt en vormparameter over Nederland voor elke duur, zijn de relatieve verschillen in de neerslaghoeveelheden die eens in de  $T$  jaar worden overschreden op verschillende stations steeds gelijk aan de relatieve verschillen in de locatieparameter van die stations. Schaling van de extreme waarden statistiek van De Bilt op basis van de jaargemiddelde neerslaghoeveelheid blijkt echter onvoldoende om de regionale verschillen in de extreme waarden statistiek in rekening te brengen. Een betere maat dan de jaargemiddelde neerslaghoeveelheid is een relatieve locatieparameter, afgeleid uit de waarden van de geschatte locatieparameter voor de vijf geselecteerde neerslagduren. Deze relatieve locatieparameter varieert in Nederland van 0.90 tot 1.18 en is voor De Bilt gelijk aan 1.00.

Op basis van de waarde van de relatieve locatieparameter worden vier neerslagregimes onderscheiden: een regime met relatief lage waarden voor deze parameter, een regime waarvoor deze parameter vrijwel gelijk is aan 1 en twee regimes met relatief hoge waarden voor deze parameter. Voor delen van Nederland, waar het tweede neerslagregime heerst, blijft de extreme waarden statistiek van het STOWA rapport 2004-26 gehandhaafd, terwijl voor plaatsen daarbuiten de extreme waarden statistiek van De Bilt geschaald wordt met de gemiddelde waarde van de relatieve locatieparameter voor het neerslagregime van de desbetreffende plaats. De

verschillen tussen de meest natte en droge delen van Nederland zijn ongeveer even groot als de bovengrens van de verwachte verandering rond 2050 in de dagelijkse neerslaghoeveelheid die gemiddeld eens in de 10 jaar wordt overschreden volgens de KNMI'06 klimaatscenario's.



## 1. Inleiding

De extreme neerslaggebeurtenissen van september en oktober 1998 hebben duidelijk gemaakt, dat het regionale watersysteem kwetsbaar is voor overvloedige regenval. Ook de jaarlijks wederkerende inundaties in stedelijk gebied onderstrepen het belang van maatregelen om de gevolgen van extreme regenval te verzachten. In 2003 hebben alle partijen, die in Nederland betrokken zijn bij het waterbeheer, ingestemd met het Nationaal Bestuursakkoord Water (NBW). In dit akkoord erkennen de betrokken partijen dat Nederland meer in waterbeheer moet investeren. Toetsing van watersystemen, aanpassing van bestaande plannen en waar nodig het ontwerpen van nieuwe plannen behoort tot hun takenpakket. Door het stellen van normen voor de regionale watersystemen zijn de beheerders in staat om een duidelijk beeld van de te bieden bescherming te geven. Normen voor de waterhuishouding geven de gewenste prestaties van watersystemen aan. Om aan de normen te voldoen wordt in de ontwerptechniek vaak gebruik gemaakt van een neerslagstatistiek. Daarnaast wordt soms direct gebruik gemaakt van delen van een neerslagreeks (ontwerpreeks) als invoer van een hydrologisch model.

In Nederland is de extreme waarden statistiek van de neerslag voor ontwerpdoeleinden tot nu toe vrijwel uitsluitend gebaseerd op neerslagmetingen in De Bilt. Het STOWA rapport 2004-26 voor duren van 4 uren tot 9 dagen (Smits e.a., 2004) gaat uit van de reeks van uurwaarden van dit station voor het tijdvak 1906 – 2003. Deze statistiek is recentelijk aangevuld met een statistiek voor duren van 5 tot 120 minuten op basis van pluviograafregistraties van De Bilt (Buishand en Wijngaard, 2007).

Een belangrijke vraag is in hoeverre de statistiek voor De Bilt representatief is voor overig Nederland. Hoewel ruim 20 jaar geleden het één en ander is geschreven over regionale verschillen binnen Nederland (Buishand, 1984; Witter, 1984), heeft dit onderwerp onlangs nieuwe aandacht gekregen (Hoes e.a., 2005; Diermanse e.a., 2005). In het STOWA 2004-26 rapport wordt gesteld dat voor duren van 24 uur en langer een schaling op basis van de gemiddelde jaarsom een eerste indicatie geeft. Daarnaast beveelt dit rapport een uitgebreide regionale analyse aan om een beter beeld te krijgen van de ruimtelijke verschillen.

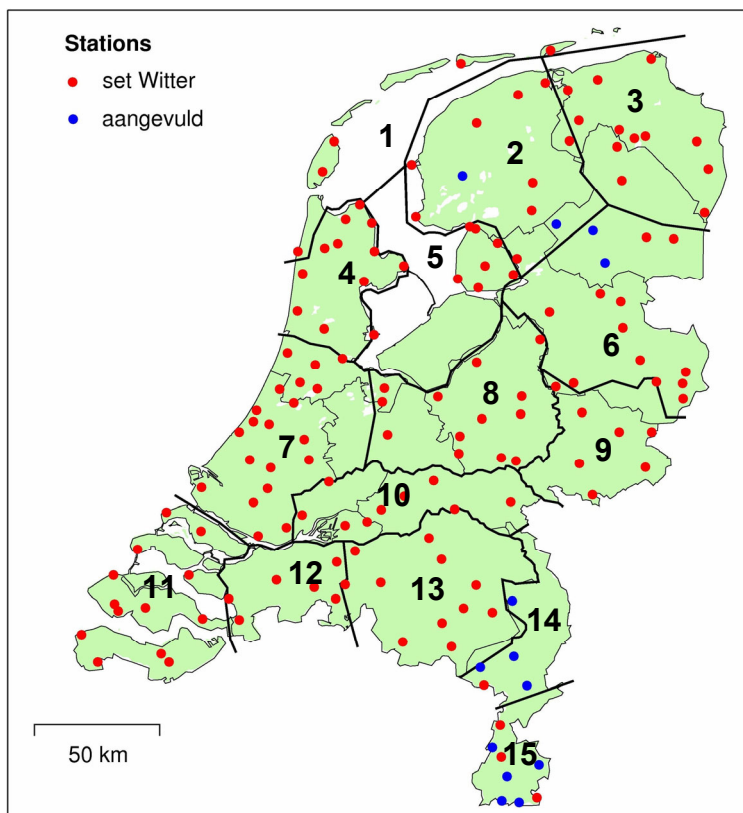
Vanwege de hernieuwde belangstelling is in het project “Van Neerslag tot Schade” plaats ingeruimd voor een studie naar de regionale differentiatie van neerslagstatistieken. In de definitiestudie van dit project (Buishand e.a., 2007) wordt een regionalisatie besproken op basis van de parameters van de gegeneraliseerde extremen waarden (GEV) verdeling. Deze verdeling ligt ten grondslag aan de extreme waarden statistieken voor De Bilt in STOWA 2004-26. Om voort te bouwen op deze neerslagstatistieken wordt in de definitiestudie aanbevolen voor de vormparameter van de GEV verdeling dezelfde waarden aan te houden als in STOWA 2004-26. In het onderliggende rapport wordt het ruimtelijke patroon van de andere twee GEV parameters (locatieparameter en dispersiecoëfficiënt) beschreven op basis van een groot aantal neerslagreeksen voor het tijdvak 1951-2005. Vervolgens wordt de statistische significantie van plaatselijke verschillen in deze GEV parameters onderzocht. Het gaat daarbij niet alleen om de vraag of er verschillen zijn binnen Nederland, maar ook om de vraag of de verschillen in een GEV parameter verklaard kunnen worden door de jaargemiddelde neerslag. De statistische toetsen, die rekening houden met correlatie van de geschatte GEV parameters als gevolg van ruimtelijke samenhang in de neerslag, zijn in principe dezelfde als die in het proefschrift van Witter (1984). Op basis van de verschillen in de locatieparameter van de GEV verdeling wordt een regionalisatie van de extreme waarden statistiek gegeven. Een korte vergelijking wordt gemaakt tussen de grootte van de regionale verschillen en schattingen van toekomstige veranderingen in de extreme waarden statistiek.

Hoofdstuk 2 geeft bijzonderheden over de gebruikte neerslaggegevens. Kort wordt ingegaan op een homogeniteitsanalyse die op deze gegevens is uitgevoerd. De ruimtelijke patronen van de twee GEV parameters binnen Nederland worden in hoofdstuk 3 behandeld. In hoofdstuk 4 worden de bevindingen uit hoofdstuk 3 vergeleken met die uit eerder onderzoek. Hoofdstuk 5 geeft een relatie voor de ruimtelijke correlatie van de geschatte GEV parameters. In hoofdstuk 6 worden de gebruikte toetsingsgrootheden geïntroduceerd. De statistische significantie van de verschillen in de dispersiecoëfficiënt en de locatieparameter wordt beschreven, waarbij ook de sterkte van de samenhang tussen de locatieparameter en de jaargemiddelde neerslag aan bod komt. In hoofdstuk 7 wordt een regionalisatie van de extreme waarden statistiek aange-reikt, die recht doet aan de geconstateerde regionale verschillen. Tot slot wordt in hoofdstuk 8 een aantal opmerkingen gemaakt over veranderingen in de neerslag, die zich in het verleden hebben voorgedaan en mogelijk toekomstig gedrag van de neerslag.

## 2. Data en homogeniteit

Om een goed beeld te kunnen krijgen van de neerslag in verschillende delen van Nederland is een netwerk van neerslagmetingen nodig dat een goede ruimtelijke dekking heeft. Het meest geschikt hiervoor is het uitgebreide netwerk van handregenmeters, waarvoor vrijwillige waar-nemers elke dag om 8 uur (UTC) de neerslag van de afgelopen 24 uur aftappen, zoals reeds aangegeven in de definitiestudie (Buishand e.a., 2007).

Uitgegaan is van de set zoals die in het proefschrift van Witter (1984) is gebruikt. Deze set met dagaftappingen (8-8 uur UTC) loopt van 1951 tot en met 1979 en is voor dit onderzoek aangevuld tot en met 2005. Zo nodig zijn reeksen aangevuld met gegevens van naburige sta-tions. Een overzicht van deze gegevens die afkomstig zijn uit het KNMI-KIS archief is gege-



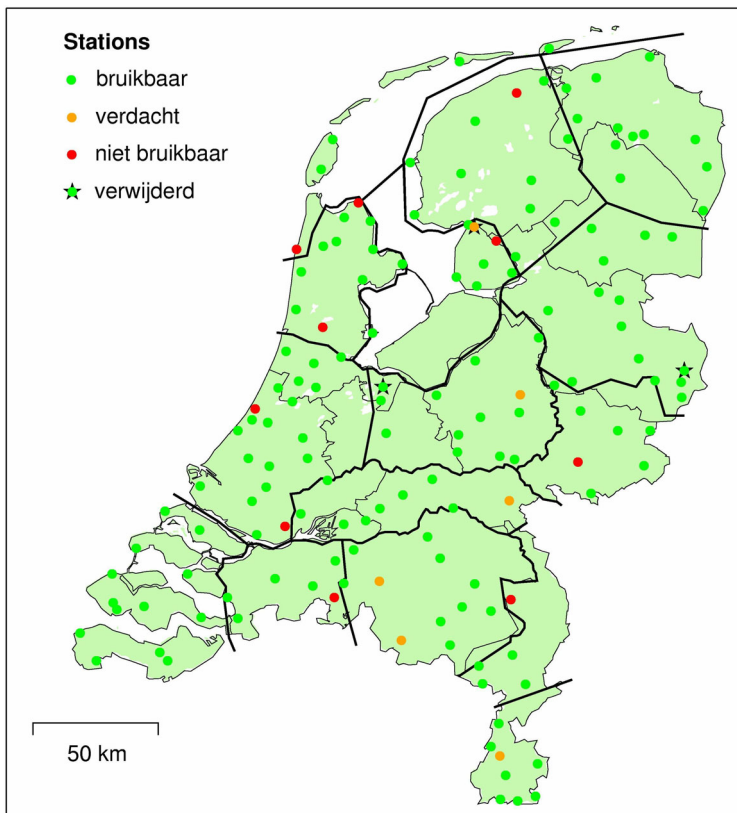
**Figuur 1** De 153 geselecteerde stations, bestaande uit de 140 uit de set van Witter (1984) met een aanvulling van 13 stations (in blauw). De dikke zwarte lijnen markeren de 15 districten, waarin de neerslag-stations van het KNMI zijn onderverdeeld.

ven in appendix 1. Witter gaat uit van 140 reeksen, maar vooral in het noorden van Nederland en Limburg is dan een aantal gebieden ondervertegenwoordigd. Daarom zijn in die gebieden in totaal nog 13 stations toegevoegd (zie figuur 1). Om na te gaan of de reeksen uit de set geschikt zijn voor verdere analyse is het belangrijk te weten of deze reeksen geen artificiële breuken bevatten of anders gezegd, of ze homogeen zijn. Vanwege de interesse in extreme waarden is hier niet gekeken naar het verloop van het jaargemiddelde, maar naar het aantal dagen per jaar met een neerslaghoeveelheid van 10 mm of meer.

Om een inhomogeniteit te kunnen onderscheiden van een meerjarige trend of schommeling in het klimaat wordt niet het aantal dagen met minstens 10 mm neerslag op het te onderzoeken station zelf beschouwd, maar het verschil t.o.v. een districtsgemiddelde op basis van de volgende vergelijking:

$$v_j = n_j - d_j, \quad j = 1951, \dots, 2005 \quad (1)$$

waarbij  $n_j$  het aantal dagen is met minstens 10 mm neerslag in jaar  $j$  op het te onderzoeken station en  $d_j$  het gemiddelde van deze grootte voor het district, waarin het te onderzoeken station ligt. Hierbij is een op het KNMI gebruikelijke indeling van Nederland in 15 districten gevolgd (zie figuur 1). De verschilreeksen zijn onderworpen aan vier toetsen, zoals beschreven in Wijngaard e.a. (2003). Op basis van het resultaat van de vier toetsen worden de reeksen ingedeeld in de volgende klassen: niet bruikbaar, verdacht of bruikbaar. Als maat voor deze classificatie geldt het aantal toetsen dat een inhomogeniteit aangeeft bij een significantieniveau van 0,05.



**Figuur 2** Overzicht van de resultaten van de relatieve homogeniteitstoetsen voor het aantal dagen met minimaal 10 mm neerslag. Rood betekent waarschijnlijk niet homogeen en dus geclassificeerd als niet bruikbaar, oranje is verdacht en groen geldt als bruikbaar (zie verder tekst). De met een ster omgeven stations zijn uit de set gehaald vanwege te grote overlap met andere stations door aanvullingen van ontbrekende waarden. De zwarte lijnen markeren de districtsgrenzen.

**Tabel 1** Overzicht van jaren waarin volgens de verschillende toetsen een inhomogeniteit optreedt met relevante metadata gegevens voor de “niet bruikbaar” geachte stations in figuur 2. Laatste kolom geeft aan of het station uit de set verwijderd is (☒) of niet (☑).

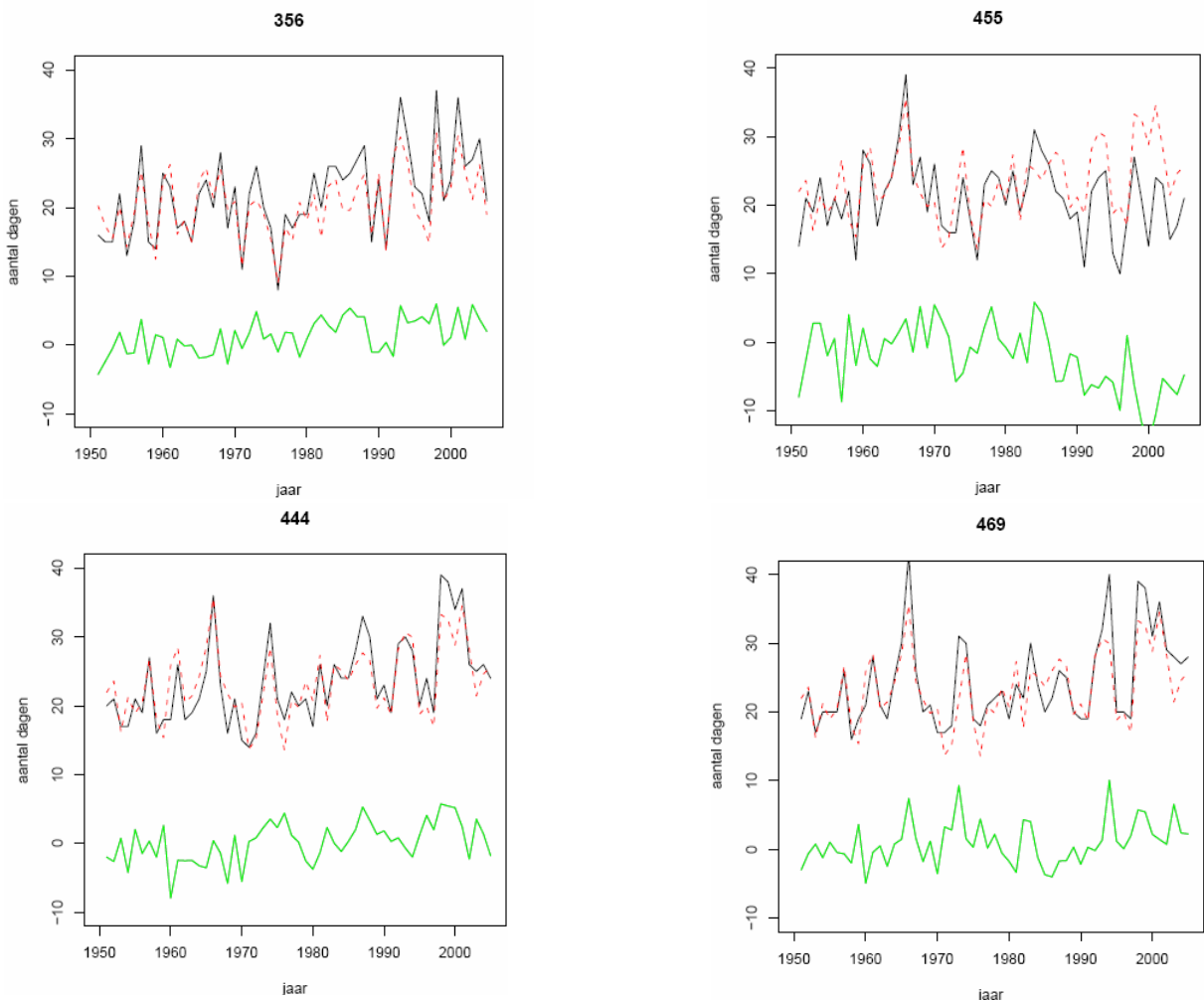
Station	jaar inhomogeniteit	metadata (uit stationsarchief)	
016 Petten	1988	1992: toename aftappingen over meerdere dagen 1994: gebouwtje op waarneemterrein gesloopt	☒
067 Dokkum	1979	1964: oppervlak opvangreservoir van 2 naar 4 dm <sup>2</sup> 1975: regenmeter 10 m naar Z verplaatst i.v.m. bomen 1979: hoogte regenmeter van 55 naar 40 cm verlaagd	☒
230 Zaandijk	1986	1958, 1961, 1963: veranderingen in terrein 1967: regenmeter iets verplaatst 1975: terreinindeling veranderd 1980: regenmeter enkele meters naar N verplaatst	☒
239 Den Oever	1980, 1988, 1991	1967: regenmeter 20 m naar NNO verplaatst 1992: regenmeter 100 m naar NNW verplaatst 1999: regenmeter 1150 m naar NW verplaatst	☒
356 Kuinre	1980	1980: bomen gekapt i.v.m. waarnemingen 1984: situatie nog niet optimaal door bomen	☒
444 Katwijk aan den Rijn	1970, 1971	1995: regenmeter 100 m naar Z verplaatst	☑
455 Strijen	1986	1986: verplaatsing van Mookhoek naar Strijen (1900 m naar NW)	☒
667 Doetinchem	1976, 1999	1976: regenmeter 150 m naar W verplaatst 1997: nieuwe locatie (900 m naar NO)	☒
834 Chaam	1988	1987: regenmeter 1800 m naar ZW verplaatst	☒
913 Ysselsteyn	1980	1978: regenmeter 30 m naar ZZO verplaatst 1996: nieuw terrein (600 m naar NO)	☒

veau<sup>†</sup> van 1%: maximaal 1 voor bruikbaar, 2 voor verdacht en minstens 3 toetsen voor niet bruikbaar. Figuur 2 laat zien dat het merendeel van de stations als bruikbaar wordt geclassificeerd. Zes stations worden als verdacht beschouwd en tien stations zijn als niet bruikbaar aangemerkt.

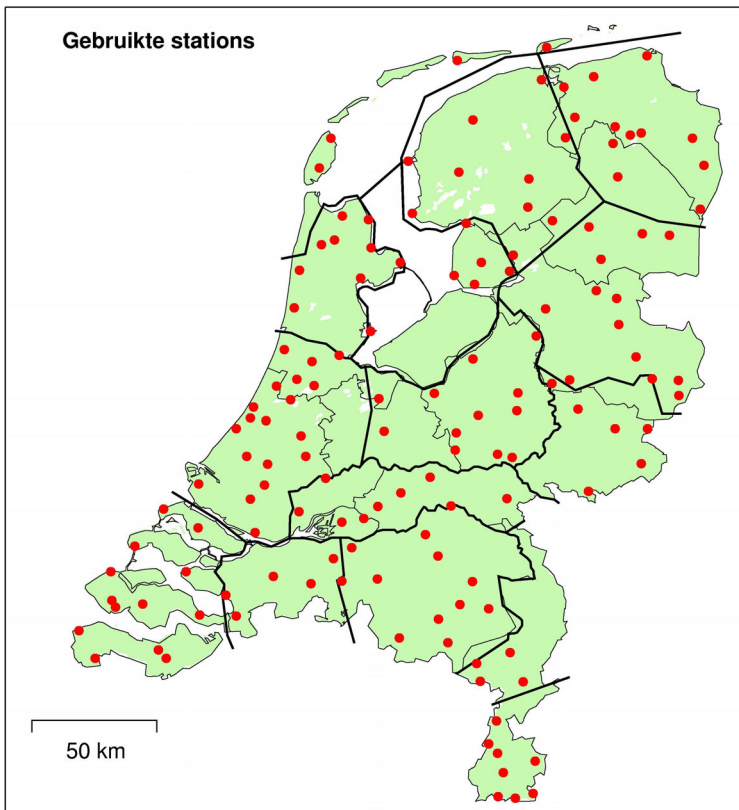
Van de drie met een ster omgeven stations in figuur 2, wordt aanbevolen om ze weg te laten uit de uiteindelijk te gebruiken set vanwege te grote overlap met andere reeksen door aanvullingen van ontbrekende waarden. De desbetreffende stations zijn: Lemmer (Buma), Oldenzaal en Bussum.

<sup>†</sup> Het significantieniveau of de onbetrouwbaarheidsdrempel geeft hier de kans aan, dat een in wezen homogene reeks ten onrechte als inhomogeen wordt bestempeld.

Drie van de vier toetsen geven een indicatie in welk jaar een inhomogeniteit optreedt. Voor de stations, die als niet bruikbaar zijn geclassificeerd is deze informatie naast de metadata gelegd en is gekeken naar het verloop van  $n_j$  en  $v_j$  in de tijd. Van de meest relevante gegevens uit de metadata is in tabel 1 een overzicht gegeven en in figuur 3 staan een paar voorbeelden van tijdreeksen. Voor een groot aantal stations in tabel 1 geven de metadata aan, dat er veranderingen zijn geweest rondom het jaar (de jaren), waarin de toetsen aangeven, dat er een inhomogeniteit optreedt. Daarnaast wordt geconstateerd dat de reeks van Petten een geheel ander verloop in de tijd heeft dan de reeks van Den Oever. Voor het station Katwijk aan den Rijn geven de metadata en een nadere bestudering van de tijdreeksen (figuur 3) echter geen aanleiding om dit station als onbruikbaar te beschouwen. Op grond van dit resultaat is besloten 9 van de 10 stations uit tabel 1 niet te gebruiken voor verdere analyse. Daarnaast worden ook de eerder genoemde stations, waarvan de reeksen te veel overlap hebben met die van andere stations, uit de set verwijderd. De stations aangemerkt als verdacht zijn vooralsnog in de set gelaten, vanwege de niet eenduidige resultaten van de verschillende homogeniteitstoetsen en door het ontbreken van duidelijke aanwijzingen in de metadata voor grote veranderingen op deze stations. Uiteindelijk leidt dit tot de 141 stations zoals weergegeven in figuur 4, die gebruikt worden voor verdere analyse.



**Figuur 3** Tijdreeksen (zwarte lijn) van het aantal dagen per jaar met minimaal 10 mm neerslag voor de stations Kuinre (356), Strijen (455), Katwijk aan den Rijn (444) en Leiden (469). De rode stippellijn geeft hierbij het districtsgemiddelde en de groene lijn geeft de verschillen tussen de betreffende tijdreeksen en het districtsgemiddelde. Bij Kuinre en Strijen is een verloop te zien in de reeks t.o.v. het districtsgemiddelde. De tijdreeks van Katwijk aan den Rijn, weliswaar geclassificeerd als niet bruikbaar, heeft een redelijke overeenstemming met de tijdreeks van Leiden en lijkt derhalve toch bruikbaar.



**Figuur 4** Stations, waarvan de gegevens zijn benut voor verdere analyse. De zwarte lijnen markeren de districtsgrenzen.

### 3. De GEV verdeling en de ruimtelijke variatie van zijn parameters binnen Nederland

Voor duren van 1, 2, 4, 8 en 9 dagen is voor elk van de 141 geselecteerde stations steeds de hoogste neerslaghoeveelheid per kalenderjaar (het jaarmaximum) bepaald. Deze duren zijn dezelfde als in STOWA 2004-26 (Smits e.a., 2004). Voor elk station beschikken we dus over vijf reeksen van 55 getallen, de jaarmaxima in het tijdvak 1951 – 2005. Bij duren van 2 dagen of meer bepaalt de dag, waarop de meerdaagse periode begint, het kalenderjaar waaraan deze wordt toegekend.

In STOWA 2004-26 is de GEV verdeling gekozen om de verdeling van de maxima voor een gegeven duur  $D$  te beschrijven. De cumulatieve verdelingsfunctie van de GEV variabele  $X$  wordt gegeven door:

$$F(x) = \Pr(X \leq x) = \exp\left\{-\left(1 - \kappa \frac{x - \xi}{\alpha}\right)^{1/\kappa}\right\} \quad (2)$$

De parameter  $\kappa$  bepaalt de vorm van de verdeling en wordt daarom de vormparameter genoemd. Voor  $\kappa \rightarrow 0$  gaat de GEV verdeling over in de Gumbel verdeling, waarvan de cumulatieve verdelingsfunctie gegeven wordt door:

$$F(x) = \Pr(X \leq x) = \exp\left\{-\exp\left(-\frac{x - \xi}{\alpha}\right)\right\} \quad (3)$$

De parameter  $\alpha$  wordt vaak als schaalparameter aangeduid. Deze parameter is recht evenredig aan de standaardafwijking van  $X$ . De parameter  $\xi$  is de locatieparameter. Voor  $x = \xi$  geldt voor

zowel de GEV als de Gumbel verdeling  $F(x) = e^{-x} \approx 0.37$ . De locatieparameter bepaalt in sterke mate het gemiddelde, maar heeft geen invloed op de standaardafwijking en hogere orde centrale momenten. De vraag is nu in hoeverre er plaatselijke verschillen zijn in de parameters  $\kappa$ ,  $\alpha$  en  $\zeta$  binnen Nederland.

Door de grote onnauwkeurigheid van de schatter van  $\kappa$  is het lastig systematische regionale verschillen in deze parameter te onderkennen, zeker voor een vlak land als Nederland. Hier is dan ook uitgegaan van een vaste vormparameter voor elke duur. Voor de verandering van  $\kappa$  met de duur is de in STOWA 2004-26 gegeven relatie aangehouden:

$$\kappa = -0.090 + 0.0170D \quad (4)$$

waarbij de duur  $D$  uitgedrukt is in dagen. Deze relatie is gebaseerd op een analyse van de jaarmaxima voor een aantal duren op verschillende stations in België (Gellens, 2003) en Nederland (Buishand, 1983). Er is daarbij uitgegaan van meerdere stations, omdat het niet mogelijk is  $\kappa$  op basis van de neerslagreeks van een enkel station voldoende nauwkeurig te schatten.

Voor  $D = 5$  en  $6$  dagen krijgt  $\kappa$  volgens vergelijking (4) een waarde van  $-0.005$  of  $0.012$ . De GEV verdeling wijkt bij deze waarden nauwelijks van de Gumbel verdeling af. Volgens (4) heeft  $\kappa$  voor duren  $\leq 5$  dagen een negatieve waarde. Hoge neerslaghoeveelheden komen in dit geval vaker voor dan op grond van de Gumbel verdeling verwacht mag worden. Het tegenovergestelde geldt wanneer  $D \geq 6$  dagen is en  $\kappa$  een positieve waarde krijgt. De variabele  $X$  heeft dan een eindige bovengrens, die echter boven de in Nederland gemeten neerslaghoeveelheden ligt.

In plaats van de schaalparameter  $\alpha$  wordt het quotiënt van de schaal- en locatieparameter,  $\gamma = \alpha/\zeta$ , geanalyseerd. Een interessante vraag is of deze dispersiecoëfficiënt  $\gamma$  naast de vormparameter  $\kappa$  voor elk van de beschouwde duren constant is over Nederland. In dat geval wordt de verdeling van de maxima onafhankelijk van de locatie na schaling met het gemiddelde. Dit is de basis van de index-flood methode (Dalrymple, 1960). De parameters  $\zeta$  en  $\gamma$  worden in dit rapport geschat met de methode van de grootste aannemelijkheid ("maximum likelihood"). Eerst zal worden ingegaan op de ruimtelijke variatie van de parameter  $\zeta$  binnen Nederland. Daarna zal de dispersiecoëfficiënt  $\gamma$  worden besproken.

### 3.1 De variatie van de locatieparameter $\zeta$ binnen Nederland

De parameter  $\zeta$  is de GEV parameter die het meest nauwkeurig geschat kan worden. Figuur 5 laat zien hoe  $\zeta$  binnen Nederland varieert voor de neerslagduren van 1 en 9 dagen. Ook voor tussenliggende duren zijn de  $\zeta$ 's bepaald. Het ruimtelijke patroon van de locatieparameter levert voor de verschillende duren een min of meer vergelijkbaar beeld op: de absolute waarden veranderen wel, maar de onderlinge verhoudingen blijven min of meer onveranderd. Zo is  $\zeta$  relatief hoog in de omgeving van Rotterdam en in het uiterste zuiden van Limburg en relatief laag in Groningen, het oosten van Drenthe, Twente, de Achterhoek, het oosten van Brabant en het noorden en midden van Limburg. Wel zijn er verschillen langs de kust van de beide Hollanden, waar  $\zeta$  voor 9 dagen, in tegenstelling tot voor 1 dag, overal relatief hoog is.

Voor een nadere bestudering van regionale verschillen binnen Nederland is het handig om de locatieparameter voor de verschillende duren samen te vatten in één grootheid. Een geschikte grootheid is:

$$\hat{\zeta}_{\text{rel}} = \sum_D w_D \hat{\zeta}_D / \bar{\zeta}_D \quad (5)$$

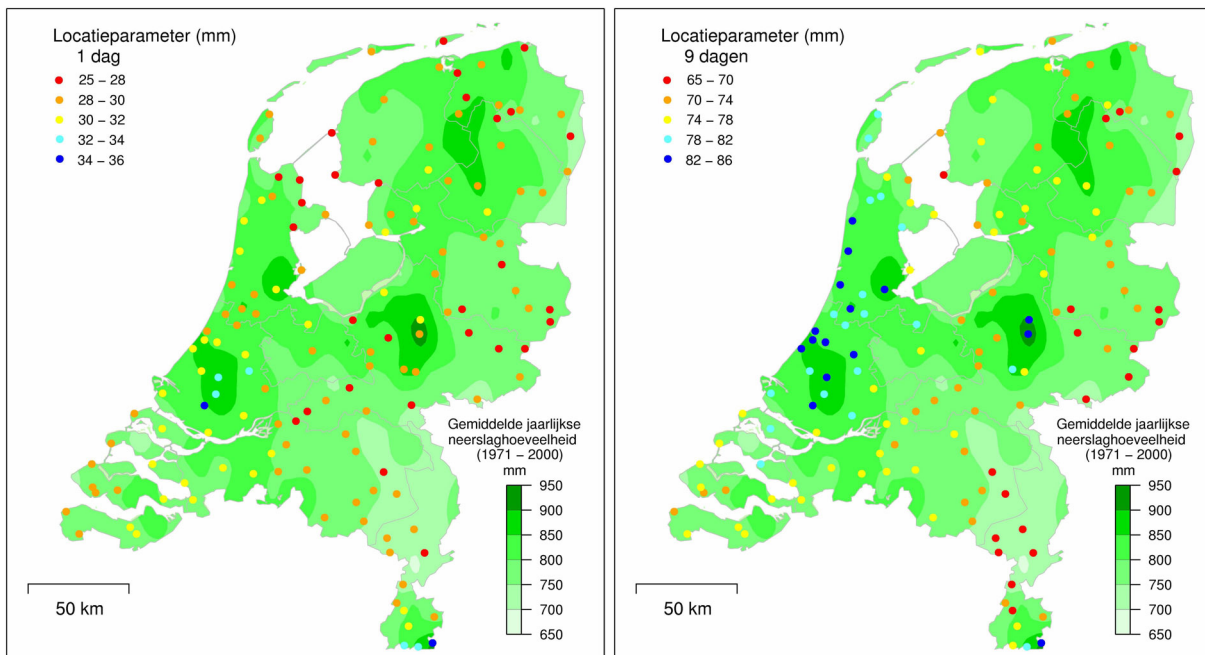
met  $\hat{\xi}_D$  de waarde van de geschatte locatieparameter voor duur  $D$ ,  $\bar{\xi}_D$  het gemiddelde van de  $\hat{\xi}_D$ 's over alle stations en  $w_D$  een gewicht:

$$w_D = \begin{cases} 0.250 & \text{voor } D = 1, 2 \text{ en } 4 \text{ dagen} \\ 0.125 & \text{voor } D = 8 \text{ en } 9 \text{ dagen} \end{cases} \quad (6)$$

Voor de duren  $D = 8$  en  $D = 9$  dagen is een lager gewicht gebruikt dan voor de andere duren vanwege de sterke correlatie tussen  $\hat{\xi}_8$  en  $\hat{\xi}_9$ , die weer een gevolg is van de sterke afhankelijkheid tussen de neerslagmaxima voor  $D = 8$  en  $D = 9$  dagen. Deling door  $\bar{\xi}_D$  is nodig vanwege de toename van  $\zeta$  met de duur. Door het middelen heeft  $\hat{\xi}_{\text{rel}}$  een kleinere relatieve standaardafwijking dan de geschatte locatieparameter voor een individuele duur, wat gunstig is voor het onderkennen van plaatselijke verschillen.

In figuur 6 is te zien hoe  $\hat{\xi}_{\text{rel}}$  varieert over Nederland. Voor vrijwel het gehele land ligt  $\hat{\xi}_{\text{rel}}$  tussen de 0.90 en 1.10. Uitzonderingen zijn er aan de natte kant, en wel in het uiterste zuiden van Limburg (Vaals met  $\hat{\xi}_{\text{rel}} = 1.18$ ) en Rotterdam en omgeving (Poortugaal met  $\hat{\xi}_{\text{rel}} = 1.17$ ). Voor De Bilt is  $\hat{\xi}_{\text{rel}}$  gelijk aan 1.00. De hoge waarden voor  $\hat{\xi}_{\text{rel}}$  komen in het algemeen voor in delen van Nederland met een hoge jaarlijkse neerslaghoeveelheid en de lage waarden in delen met een laag jaargemiddelde.

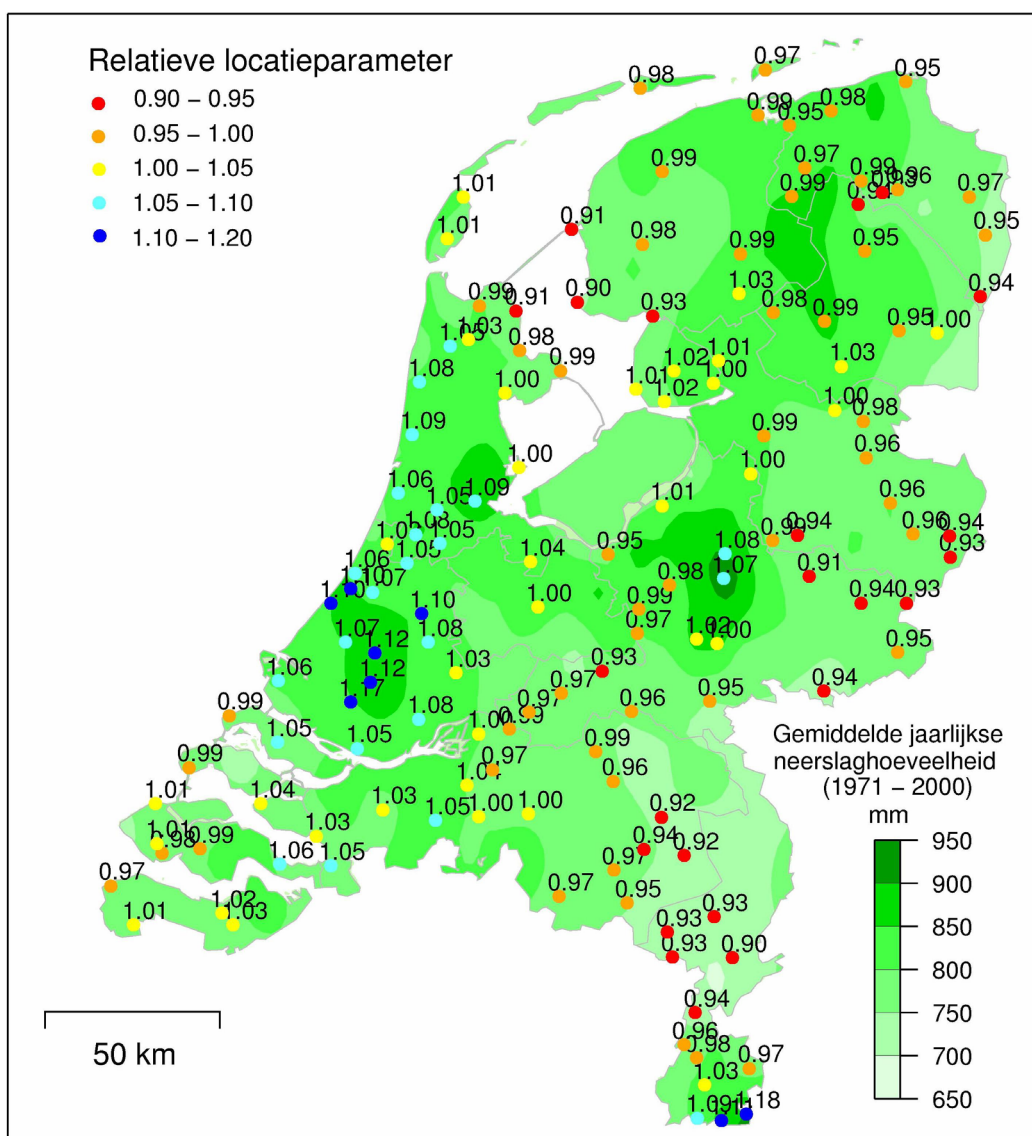
In figuur 7 is  $\hat{\xi}_{\text{rel}}$  uitgezet tegen de gemiddelde jaarlijkse neerslaghoeveelheid voor het tijdvak 1971 – 2000. In de linker grafiek is het jaargemiddelde relatief t.o.v. dat voor De Bilt genomen. De meeste punten liggen boven de diagonaal. Dit komt doordat De Bilt qua jaarlijkse hoeveelheden een vrij nat station is, maar niet wat de extreme waarden betreft. Een gevolg hiervan is dat schaling van de extreme waarden op basis van het relatieve verschil van het jaargemiddelde t.o.v. dat voor De Bilt tot een systematische onderschatting van de extreme waarden voor andere plaatsen in Nederland kan leiden. Neemt men het jaargemiddelde t.o.v. het landgemiddelde (rechts in figuur 7), dan ligt ongeveer de helft van de punten boven de



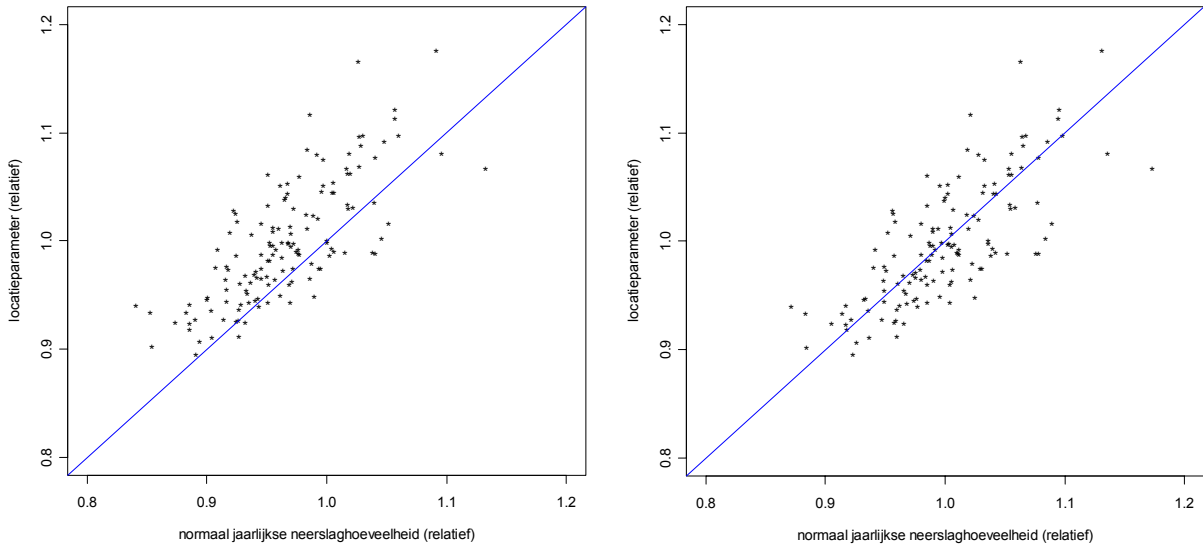
**Figuur 5** Waarden voor de locatieparameter,  $\zeta$ , voor neerslagduren van 1 (links) en 9 (rechts) dagen met als ondergrond de gemiddelde jaarlijkse neerslaghoeveelheid (normaal: 1971 – 2000).



diagonaal. De vraag is nu of men de plaatselijke verschillen in  $\xi_{rel}$  mag relateren aan dit relatieve jaargemiddelde. In tabel 2 is dit nader onderzocht voor de meest natte stations in Nederland, d.w.z. de stations met de hoogste waarden van  $\hat{\xi}_{rel}$  en/of hoogste jaargemiddelden. De tabel laat zien, dat het relatieve jaargemiddelde een onderschatting van  $\xi_{rel}$  geeft voor de drie stations in en nabij Rotterdam en de twee stations in het uiterste zuiden van Limburg. Voor de twee stations op de Veluwe is er echter sprake van een overschatting. Dit laatste is opvallend omdat dit volgens de klimaatatlas van Nederland (Heijboer en Nellestijn, 2002) juist het gebied is met de meeste dagen met een neerslaghoeveelheid van 10 mm of meer. De standaarddeviaties in tabel 2 zijn berekend uit 1000 bootstrap samples. Deze standaarddeviatie bedraagt ongeveer 3% en wordt iets gereduceerd als men de waarden van  $\hat{\xi}_{rel}$  middelt over stations. Voor de stations in en nabij Rotterdam en de stations op de Veluwe wijkt de gemiddelde  $\hat{\xi}_{rel}$  ruim  $3\times$  zijn standaardafwijking af van de waarde die uit de jaargemiddelden volgt. Nadere bijzonderheden over de bepaling van de standaarddeviatie en de significantie van  $\hat{\xi}_{rel}$  worden in appendix 2 gegeven.



**Figuur 6** Waarden voor de relatieve locatieparameter,  $\hat{\xi}_{rel}$ , gewogen over de dagen (1, 2, 4, 8 en 9 dagen; zie ook tekst) met als ondergrond de gemiddelde jaarlijkse neerslaghoeveelheid (normaal: 1971 – 2000).



**Figuur 7** Locatieparameter  $\hat{\xi}_{rel}$  (relatief en gewogen over de duren) versus de gemiddelde (1971-2000) jaarlijkse neerslaghoeveelheid, relatief t.o.v. het jaargemiddelde van De Bilt (links) en het landgemiddelde (rechts) voor de verschillende stations. Blauwe lijn: diagonaal, waarvoor de waarden op de horizontale en verticale as gelijk zijn.

In hoofdstuk 2 werden zes stations (zie figuur 2) als verdacht aangemerkt op basis van de resultaten van vier homogeniteitstoetsen. Daarnaast werd het station Katwijk aan den Rijn alsnog bruikbaar geacht ondanks de vrij sterke statistische evidentie voor inhomogeniteiten in de reeks van dit station. In figuur 6 sluiten de waarden van  $\hat{\xi}_{rel}$  van deze stations goed aan bij die van stations in hun directe omgeving. Er is dan ook geen reden om deze stations bij verder onderzoek naar plaatselijke verschillen in de locatieparameter te verwerpen.

### 3.2 De variatie van de dispersiecoëfficiënt $\gamma$ binnen Nederland

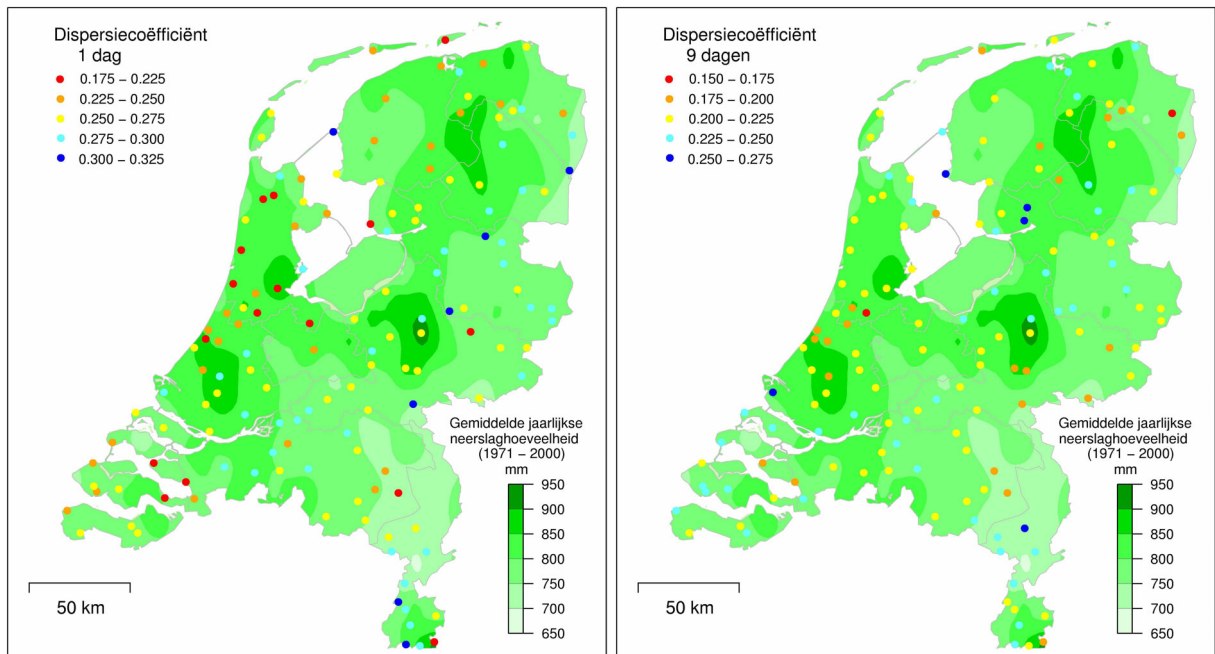
In figuur 8 is te zien hoe de waarden van  $\gamma$  over Nederland verdeeld zijn voor de neerslagdu-

**Tabel 2** Geschatte relatieve locatieparameter  $\hat{\xi}_{rel}$  voor een zevental stations (met standaarddeviatie tussen haakjes) en het gemiddelde van  $\hat{\xi}_{rel}$  voor bij elkaar gelegen stations (met standaarddeviatie tussen haakjes). De laatste kolom geeft  $\xi_{rel}$ , berekend als de verhouding tussen de gemiddelde jaarlijkse hoeveelheid op het station en de landelijke gemiddelde jaarhoeveelheid in het tijdvak 1971 – 2000.

Station	$\hat{\xi}_{rel}$ (sd)	$\xi_{rel}$
Poortugaal	1.17 (0.028)	1.06
Rotterdam Westerkade	1.12 (0.029)	1.02
Bergschenhoek	1.12 (0.030)	1.10
<i>gemiddeld</i>	<i>1.14 (0.024)</i>	<i>1.06</i>
Vaals	1.18 (0.032)	1.13
Epen	1.11 (0.036)	1.10
<i>gemiddeld</i>	<i>1.15 (0.030)</i>	<i>1.11</i>
Apeldoorn	1.08 (0.027)	1.14
Beekbergen	1.07 (0.028)	1.17
<i>gemiddeld</i>	<i>1.08 (0.024)</i>	<i>1.16</i>

ren van 1 en 9 dagen. Opvallend hierbij is dat zelfs over korte afstanden de waarden al aanzienlijk kunnen verschillen. Zie bijvoorbeeld in het zuiden van Limburg waar de waarde van  $\gamma$  voor één dag te Vaals erg laag is, terwijl nabijgelegen stations als Epen en Noorbeek juist een hoge waarde laten zien. Analoog aan de vergelijkingen (5) en (6) is ook voor  $\gamma$  een gewogen gemiddelde van de geschatte waarden  $\hat{\gamma}_D$  voor de verschillende duren (steeds relatief ten opzichte van het landgemiddelde  $\bar{\gamma}_D$ ) bepaald. In figuur 9 staan de gewogen relatieve waarden  $\hat{\gamma}_{rel}$  geplot. Het beeld is duidelijk minder coherent dan bij  $\zeta$ , wat ook al te zien was bij de neerslagduren van 1 en 9 dagen. Wordt met de gemiddelde jaarlijkse neerslaghoeveelheid (de achtergrond in de figuur) vergeleken dan is er ook nauwelijks een relatie hiermee te ontdekken. In figuur 10 is dit met een scatterplot inzichtelijk gemaakt. Voor De Bilt wijkt  $\hat{\gamma}_{rel}$  enigszins af van 1 ( $\hat{\gamma}_{rel} = 0.97$ ). Tabel 3 laat zien dat dit hoofdzakelijk veroorzaakt wordt door de vrij lage waarde van  $\gamma$  voor  $D = 24$  uur voor dit station.

Voor het gevonden verschil in tabel 3 (0.230 voor De Bilt en 0.261 voor het landgemiddelde) is de neerslaghoeveelheid, die gemiddeld eens in de  $T = 10$  jaar wordt overschreden voor De Bilt ongeveer 5% lager dan voor het landgemiddelde. Voor  $T = 100$  jaar en  $T = 1000$  jaar bedragen de relatieve verschillen in de neerslaghoeveelheden respectievelijk 7.5% en 9% bij dit verschil in  $\gamma$ . Voor de lopende 24-uur waarden<sup>†</sup> die in het STOWA 2004-26 rapport gebruikt worden, wordt ongeveer dezelfde relatief lage waarde voor  $\gamma$  gevonden als bij de dagwaarden van De Bilt in dit onderzoek. De uiteindelijke statistiek in STOWA 2004-26 is echter gebaseerd op een gladgestreken waarde van  $\gamma$ . Dit gladstrijken heeft tot gevolg dat  $\gamma$  voor  $D = 24$  uur toeneemt en dus meer representatief wordt voor het landgemiddelde.

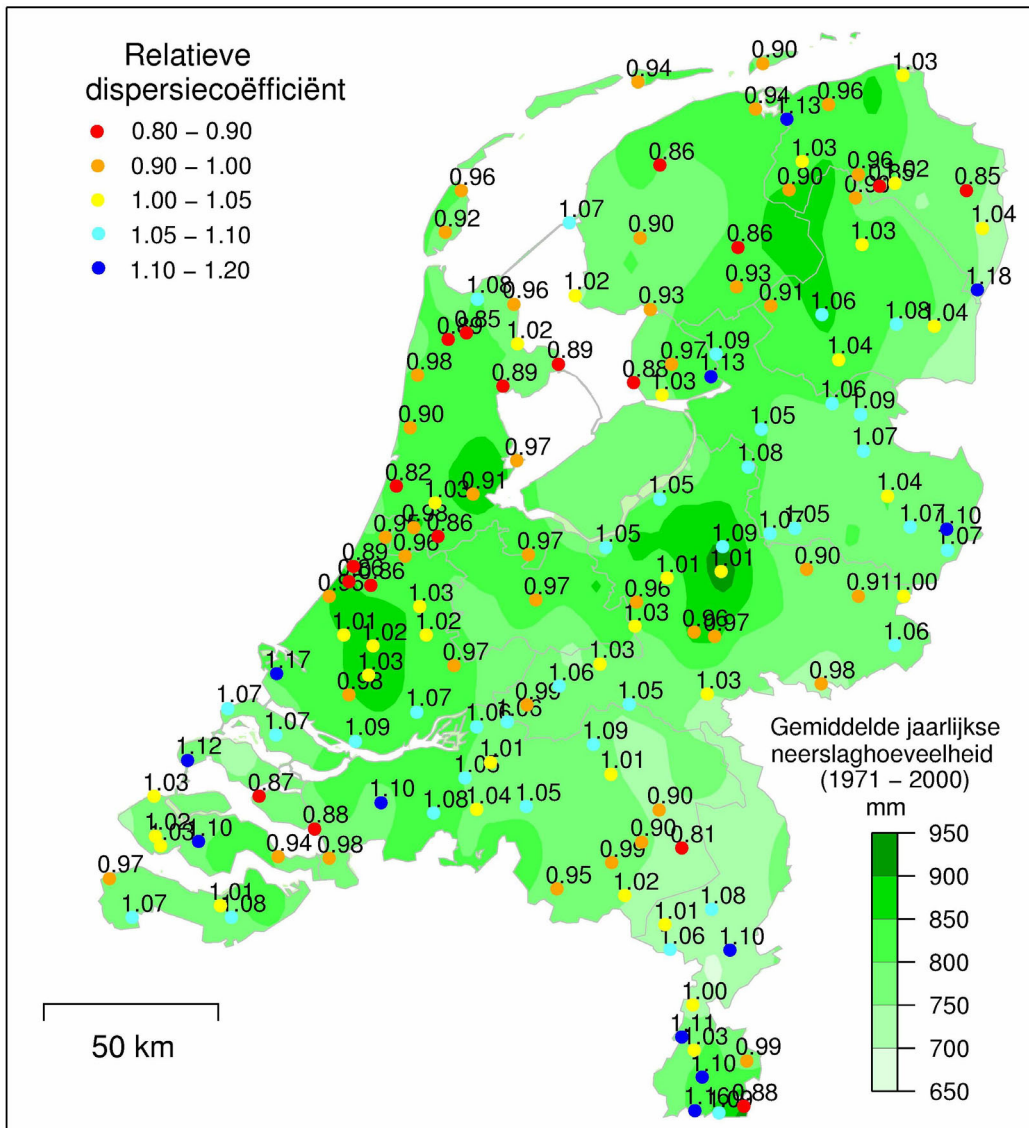


**Figuur 8** Waarden voor de dispersiecoëfficiënt,  $\gamma$ , voor neerslagduren van 1 (links) en 9 (rechts) dagen met als ondergrond de gemiddelde jaarlijkse neerslaghoeveelheid (normaal: 1971 – 2000).

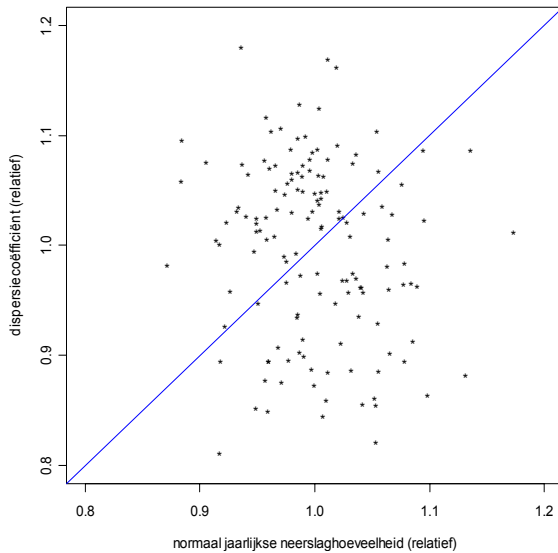
<sup>†</sup> Bij lopende 24-uur waarden wordt voor elk klokkuur de som over de komende 24 uur bepaald. Het maximum van deze 24-uur waarden in een bepaald jaar is minstens gelijk aan het maximum van de dagwaarden gekoppeld aan een vast meettijdstip op de dag. Dit heeft vooral invloed op de locatieparameter van de GEV verdeling, minder op de dispersiecoëfficiënt (Overeem e.a., 2008).

**Tabel 3** Vergelijking van de dispersiecoëfficiënt  $\gamma$  voor De Bilt, het landgemiddelde en STOWA 2004-26, zowel ruw (ng) als gladgestreken over de neerslagduren (gg).

Duur (uren)	De Bilt	landgem.	STOWA (ng)	STOWA (gg)
4			0.310	0.296
8			0.285	0.278
12			0.256	0.267
24	0.230	0.261	0.236	0.250
48	0.237	0.242	0.225	0.235
96	0.227	0.227	0.236	0.225
192	0.217	0.213	0.223	0.211
216	0.224	0.216	0.221	0.208



**Figuur 9** Waarden voor de relatieve dispersiecoëfficiënt,  $\hat{\gamma}_{rel}$ , gewogen over de uren (1, 2, 4, 8 en 9 dagen; zie ook tekst) met als ondergrond de gemiddelde jaarlijkse neerslaghoeveelheid (normaal: 1971 – 2000).



**Figuur 10** Dispersiecoëfficiënt,  $\hat{\gamma}_{rel}$ , relatief en gewogen over de duren, versus de gemiddelde (1971 – 2000) jaarlijkse neerslaghoeveelheid (relatief t.o.v. het landgemiddelde voor de verschillende stations). Blauwe lijn: diagonaal, waarvoor de waarden op de horizontale en verticale as gelijk zijn.

#### 4. Relatie met eerder onderzoek naar plaatselijke verschillen

In de loop der jaren is in de literatuur het nodige geschreven over plaatselijke verschillen in het voorkomen van extreme neerslag binnen Nederland. Het is interessant een aantal resultaten te vergelijken met de bevindingen in hoofdstuk 3.

Buishand (1984) vergeleek de verdeling van de jaarmaxima van een 55-jarige reeks van Vaals met de gemiddelde verdeling van 15 stations over Nederland voor dezelfde 55 jaren. Uit zijn figuur blijkt dat de neerslaghoeveelheid in Vaals bij een bepaalde herhalingstijd ongeveer 20% hoger ligt dan de overeenkomstige neerslaghoeveelheid uit de gemiddelde verdeling. Dit relatieve verschil is in goede overeenstemming met de waarde  $\hat{\xi}_{rel} = 1.18$  in hoofdstuk 3 voor Vaals.

Witter (1984) toetste op regionale verschillen in het voorkomen van dagwaarden groter dan 15 mm (zowel voor het zomer- als het winterhalfjaar) en groter dan 25 mm (alleen voor het zomerhalfjaar). Een hoeveelheid van 15 mm is aanzienlijk minder dan de waarde van de locatieparameter van de GEV verdeling (linker plaatje in figuur 5), het 25 mm niveau ligt enkele millimeters onder deze waarde. Witter (1984) besteedde veel aandacht aan het opdelen van Nederland in deelgebieden. De wijze, waarop dit gebeurt, bepaalt in sterke mate of regionale verschillen in het voorkomen van neerslaghoeveelheden  $\geq 15$  mm (of  $\geq 25$  mm) statistisch significant zijn of niet. Bij een aantal indelingen bleken de verschillen in overschrijdingsfrequenties tussen deelgebieden significant op het 5% niveau.

In het STOWA rapport 2004-26 zijn plaatselijke verschillen onderzocht op basis van de dag-sommen van 11 stations voor het tijdvak 1906 – 2003. Geconcludeerd wordt, dat er binnen Nederland statistische significante verschillen zijn in de neerslaghoeveelheden die gemiddeld eens in de tien jaar worden overschreden. Op basis hiervan wordt aanbevolen voor duren van 24 uur en langer de extreme waarden statistiek te schalen met de verhouding van de gemiddelde jaarsom van de gewenste locatie tot die van De Bilt. Daarnaast wordt nader onderzoek aanbevolen.

Overeem e.a. (2008) bestudeerden de jaarmaxima van de neerslag voor duren van 1, 2, 4, 8, 12 en 24 uren van 12 stations met een reekslengte van minimaal 29 jaren. Voor elke duur werd getoetst op verschillen in de GEV parameters tussen de stations. Alleen voor  $D = 8$  en  $D = 12$  uren was er voor de locatieparameter een significant verband met de gemiddelde jaarsom (significantieniveau 5%). De geringe statistische evidentie voor verschillen in de GEV parameters is hier deels een gevolg van de beperkte lengte van de neerslagreeksen.

Hoes e.a. (2005) vergeleken een zevental reeksen van uurwaarden van de neerslag op basis van de berekende extreme waterstanden voor zes verschillende watersystemen. Alle beschouwde neerslagreeksen hadden een lengte van 30 jaren. De berekende waterstanden bij een overschrijdingsfrequentie van eens in de 5 jaar uit de reeks van Rotterdam bleken aanzienlijk hoger dan die uit de reeks van De Bilt. Ook voor de reeks van Valkenburg (ZH) werden hogere waterstanden berekend dan voor De Bilt, maar niet zo hoog als voor Rotterdam. Daarnaast laten Hoes e.a. (2005) zien dat de regenduurlijn voor  $T = 5$  jaar van Rotterdam boven die van De Bilt ligt. Het verschil bleek echter niet statistisch significant (Hoes, 2007). Behalve het gebrek aan voldoende lange reeksen, speelt hier ook dat de geschatte neerslaghoeveelheid voor  $T = 5$  jaar een relatief grotere spreiding heeft dan de geschatte locatieparameter van de GEV verdeling alleen.

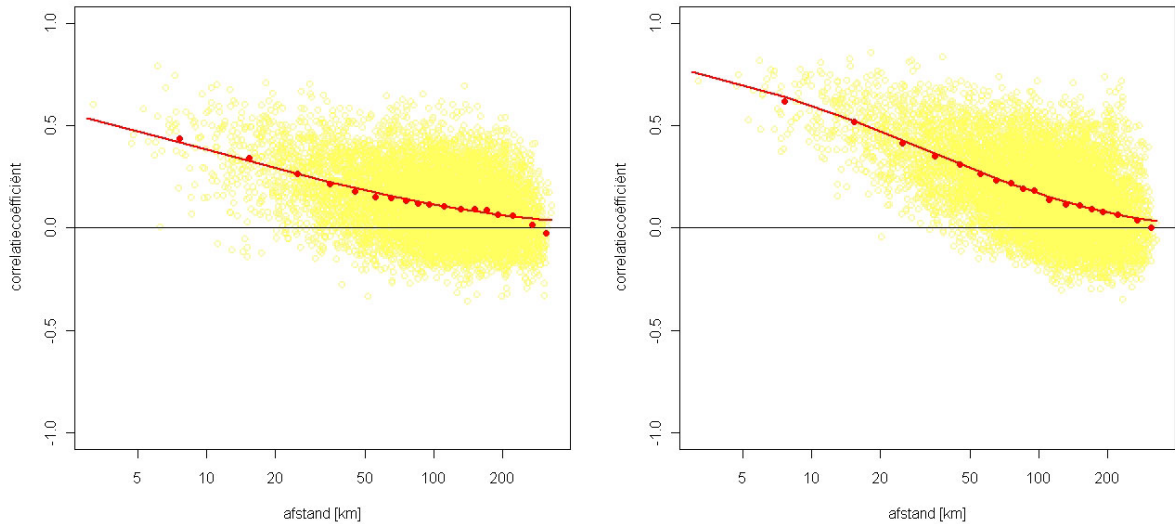
Uit een analyse van de dagwaarden van de neerslag in en rondom Delfland voor het tijdvak 1951 – 2003 concluderen Diermanse e.a. (2005) dat de benodigde correctiefactor voor het vertalen van de extremen voor De Bilt naar die voor Delfland varieert van 1.19 voor  $T = 10$  jaar tot 1.30 voor  $T = 1000$  jaar. Deze waarden zijn aanzienlijk hoger dan het relatieve verschil van 1.08 tussen de jaargemiddelden van Delfland en De Bilt. Dit laatste onderstreept de conclusie uit figuur 7 dat schaling met het jaargemiddelde van De Bilt tot een systematische onderschatting van de extreme waarden voor een andere plaats kan leiden. De geconstateerde toename van de correctiefactor met de herhalingstijd  $T$  kan voor een belangrijk deel toegeschreven worden aan de vrij lage waarde voor de dispersiecoëfficiënt  $\gamma$  bij de dagwaarden van De Bilt. De statistiek in het STOWA 2004-26 rapport gaat echter uit van een hogere waarde van  $\gamma$ . Deze hogere waarde is het gevolg van het gladstrijken van de geschatte waarden van  $\gamma$  over de neerslagduren.

## 5. Ruimtelijke correlatie van geschatte GEV parameters

Hoewel de neerslag op een bepaalde dag sterk van plaats tot plaats kan verschillen is er meestal toch wel sprake van een zekere samenhang, bijvoorbeeld alleen neerslag in een bepaald deel van Nederland. Door deze samenhang is er ook een correlatie tussen de jaarmaxima die weer leidt tot een ruimtelijke correlatie van de geschatte GEV parameters. Deze correlatie kan geschat worden met behulp van resampling technieken. De correlatiecoëfficiënten in deze studie zijn gebaseerd op 1000 bootstrap samples. Nadere bijzonderheden hierover zijn te vinden in appendix 2 en appendix 3.

Figuur 11 geeft de correlatiecoëfficiënten tussen de geschatte dispersiecoëfficiënten voor duren  $D$  van 1 dag en 9 dagen. De correlatiecoëfficiënten voor de locatieparameter voor deze duren zijn gegeven in figuur 12. Dit ruwe correlogram laat bij vergelijkbare afstanden een enorme variatie in de correlatiecoëfficiënt zien. Door middeling van de correlatiecoëfficiënten in afstandsklassen wordt een met de afstand afnemende relatie zichtbaar. Deze relatie kan beschreven worden met:

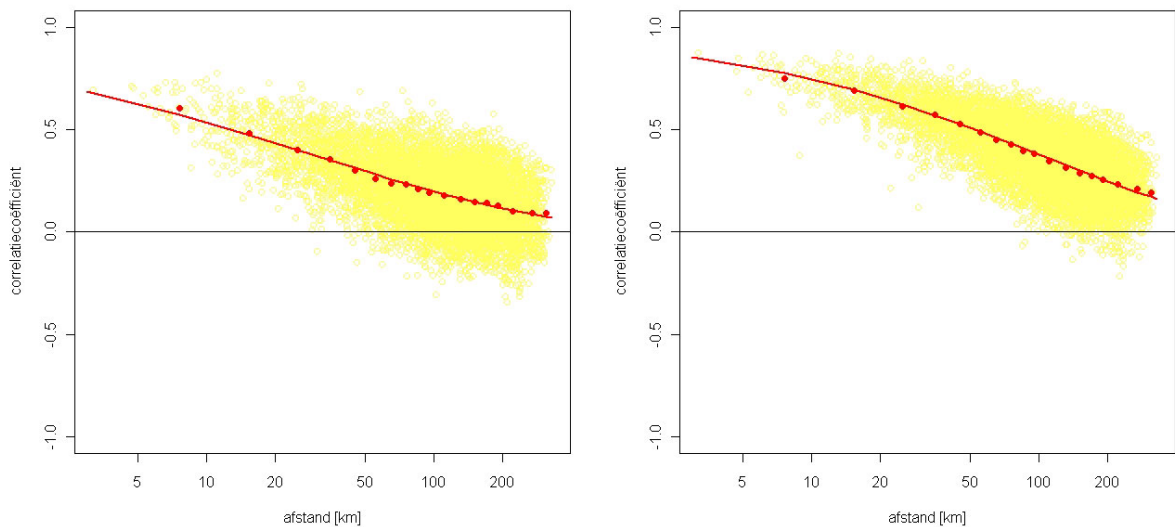
$$\rho = e^{-(h/h_0)^\alpha} \quad (7)$$



**Figuur 11** Correlatie tussen de geschatte dispersiecoëfficiënten als functie van de afstand voor een duur van 1 dag (links) en een duur van 9 dagen (rechts). De puntenwolk geeft de spreiding weer van de correlatiecoëfficiënt voor alle stationsparen. De rode punten geven klassengemiddelden aan. De rode lijn is de aangepaste regressielijn (zie appendix 3).

waarbij  $h$  de afstand is in km. De parameter  $\alpha$  is hier kleiner dan 1, wat erop neerkomt dat de correlatie langzamer dan exponentieel met de afstand afneemt. Voor  $h = h_0$  geldt  $\rho = e^{-1} \approx 0.37$ . De parameters  $\alpha$  en  $h_0$  zijn geschat door een gemodificeerde kleinste kwadraten methode (zie appendix 3). De uitkomsten van deze berekeningen zijn samengevat in tabel 4.

Zowel voor  $\gamma$  als  $\zeta$  is bij een gegeven stationsafstand de correlatiecoëfficiënt voor  $D = 9$  dagen hoger dan voor  $D = 1$  dag. Dit komt doordat bij  $D = 9$  dagen lokale zomerbuien minder belangrijk worden bij extreme neerslaghoeveelheden. Daarnaast is bij de locatieparameter de correlatie sterker dan bij de dispersiecoëfficiënt.



**Figuur 12** Correlatie tussen de geschatte locatieparameters als functie van de afstand voor een duur van 1 dag (links) en een duur van 9 dagen (rechts). Voor een verdere uitleg zie de tekst bij figuur 11.

**Tabel 4** Waarden van de regressiecoëfficiënten in vergelijking (7) voor de locatieparameter en de dispersiecoëfficiënt bij een duur van 1, 4 en 9 dagen.

Parameter	duur	$h_0$ (km)	$\alpha$
Dispersiecoëfficiënt	1 dag	11.32	0.354
	4 dagen	24.37	0.450
	9 dagen	34.22	0.538
Locatieparameter	1 dag	31.30	0.417
	4 dagen	68.64	0.491
	9 dagen	104.93	0.524

## 6. Statistische significantie van regionale verschillen

Het toetsen op regionale verschillen in de GEV parameters  $\gamma$  en  $\zeta$  lijkt methodisch sterk op het werk van Witter (1984) over regionale verschillen in het voorkomen van dagwaarden groter dan 15 en 25 mm binnen Nederland. Er is ook een sterke relatie met een publicatie van Madsen e.a. (2002) over regionale variatie in de parameters van een model voor extreme waarden van de neerslag in Denemarken.

Witter (1984) gebruikte drie toetsingsgrootheden:  $T_1$ ,  $T_2$  en  $T_3$ . Deze zullen op vrij elementaire wijze worden geïntroduceerd. Op het eerste gezicht lijken de uitdrukkingen anders dan die in het proefschrift van Witter. In appendix 4 laten we zien dat het toch om dezelfde toetsingsgrootheden gaat. Na de introductie van de verschillende toetsen zal worden ingegaan op de statistische significantie van regionale verschillen in de dispersiecoëfficiënt  $\gamma$  en daarna op de locatieparameter  $\zeta$ .

### 6.1 Gebruikte toetsingsgrootheden

We stellen dat voor een gegeven duur  $\theta_i$  één van de onbekende GEV parameters (locatieparameter  $\zeta_i$  of dispersiecoëfficiënt  $\gamma_i$ ) is voor station  $i$ . De geschatte waarde van  $\theta_i$  op basis van de gegevens van 1951 – 2005 duiden we als  $\hat{\theta}_i$  en het rekenkundige gemiddelde van de  $\hat{\theta}_i$ 's over alle 141 stations als  $\bar{\theta}$ . De  $\hat{\theta}_i$ 's en  $\bar{\theta}$  zijn bij benadering normaal verdeeld.

Op basis van de verschillen tussen  $\hat{\theta}_i$  en  $\bar{\theta}$  toetsen we de nulhypothese  $H_0$ :

$$\theta_1 = \theta_2 = \dots = \theta_m, \text{ met } m \text{ het aantal stations } (m = 141),$$

tegen de alternatieve hypothese  $H_1$ :

niet *alle*  $\theta_i$ 's zijn gelijk.

Bij onafhankelijkheid tussen de jaarmaxima van de verschillende stations kunnen we dit doen met de grootheid:

$$T_1 = \sum_{i=1}^m (\hat{\theta}_i - \bar{\theta})^2 / \sigma^2 \quad (8)$$

met  $\sigma$  de standaardafwijking van de  $\hat{\theta}_i$ 's. Onder  $H_0$  heeft  $T_1$  een  $\chi^2$ -verdeling met  $m-1$  vrijheidsgraden. Bij systematische regionale verschillen zullen de kwadratische afwijkingen in het rechterlid van (8) relatief groot zijn ten opzichte van de variantie  $\sigma^2$  van de  $\hat{\theta}_i$ 's. Hoge waarden van  $T_1$  leiden daarom tot het verwerpen van  $H_0$ .



Om deze toets te veralgemenen tot de situatie dat er ruimtelijke afhankelijkheid is tussen de geschatte parameters is het handig om op vector- en matrixnotatie over te gaan. Laat  $\hat{\boldsymbol{\theta}}^\dagger$  de kolomvector zijn die de  $\hat{\theta}_i$ 's bevat,  $\mathbf{s}$  een kolomvector bestaande uit  $m$  enen, en  $\mathbf{C}$  een  $m \times m$  matrix met  $\sigma^2$  op de hoofddiagonaal en nullen buiten de hoofddiagonaal:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \begin{pmatrix} \hat{\theta}_1 \\ \hat{\theta}_2 \\ \vdots \\ \hat{\theta}_{m-1} \\ \hat{\theta}_m \end{pmatrix}, \mathbf{s} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ en } \mathbf{C} = \begin{pmatrix} \sigma^2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \sigma^2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma^2 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \sigma^2 \end{pmatrix}$$

Vergelijking (8) gaat dan over in:

$$T_1 = (\hat{\boldsymbol{\theta}} - \bar{\boldsymbol{\theta}}\mathbf{s})^\top \mathbf{C}^{-1} (\hat{\boldsymbol{\theta}} - \bar{\boldsymbol{\theta}}\mathbf{s}) \quad (9)$$

waarbij  $^\top$  voor de getransponeerde staat (als  $\mathbf{c}$  een kolomvector is met elementen  $c_1, c_2, \dots, c_m$ , dan is  $\mathbf{c}^\top$  een rij vector met elementen  $c_1, c_2, \dots, c_m$ ) en  $\mathbf{C}^{-1}$  de inverse is van  $\mathbf{C}$ . Deze inverse is een  $m \times m$  matrix met  $1/\sigma^2$  op de hoofddiagonaal en nullen buiten de hoofddiagonaal.

Bij afhankelijkheid moeten we de nullen in de matrix  $\mathbf{C}$  vervangen door de covarianties van de  $\hat{\theta}_i$ 's, waardoor deze verandert in de covariantiematrix van  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ . Daarnaast moeten we het gemiddelde  $\bar{\boldsymbol{\theta}}$  vervangen door de zogenaamde gegeneraliseerde kleinste kwadraten schatter  $\bar{\boldsymbol{\theta}}_w$  van  $\boldsymbol{\theta}$ . De schatter  $\bar{\boldsymbol{\theta}}_w$  is een gewogen gemiddelde van de  $\hat{\theta}_i$ 's (zie appendix 4). De toetsingsgrootheid wordt dan:

$$T_1 = (\hat{\boldsymbol{\theta}} - \bar{\boldsymbol{\theta}}_w\mathbf{s})^\top \mathbf{C}^{-1} (\hat{\boldsymbol{\theta}} - \bar{\boldsymbol{\theta}}_w\mathbf{s}) \quad (10)$$

De toets gebaseerd op  $T_1$  heeft als alternatieve hypothese  $H_1$  dat er systematische regionale verschillen zijn in de GEV parameter  $\theta$ . Een meer onderscheidende toets op regionale verschillen is mogelijk als wij  $H_1$  nader specificeren, bijvoorbeeld  $\theta_i$  hangt van de jaargemiddelde neerslag af of  $\theta_i$  verschilt tussen bepaalde deelgebieden in Nederland. We kunnen dit soort alternatieven beschrijven met een regressierelatie:

$$\theta_i = \beta_0 + \beta_1 N_i, \quad i = 1, \dots, m \quad (11)$$

met  $N_i$  de gemiddelde jaarsom op station  $i$ , of

$$\theta_i = \beta_1 e_{1i} + \beta_2 e_{2i} + \dots + \beta_K e_{Ki}, \quad i = 1, \dots, m \quad (12)$$

met  $e_{ki} = 1$  als station  $i$  in deelgebied  $k$  van Nederland ligt en  $e_{ki} = 0$  als dat niet het geval is ( $k = 1, \dots, K$ ). Ofwel,  $\theta_i = \beta_k$  als station  $i$  in deelgebied  $k$  ligt. De schatter van  $\theta_i$  gebaseerd op een regressierelatie als (11) of (12) duiden we aan als  $\hat{\theta}_{\text{reg},i}$  en de vector die de  $\hat{\theta}_{\text{reg},i}$ 's bevat als  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\text{reg}}$ .

We definiëren nu de grootheid  $T_2$  als:

$$T_2 = (\hat{\boldsymbol{\theta}} - \hat{\boldsymbol{\theta}}_{\text{reg}})^\top \mathbf{C}^{-1} (\hat{\boldsymbol{\theta}} - \hat{\boldsymbol{\theta}}_{\text{reg}}) \quad (13)$$

<sup>†</sup> De symbolen voor vectoren en matrices worden niet-cursief en vet gedrukt weergegeven. Voor vectoren worden kleine letters gebruikt en voor matrices hoofdletters.

$T_2$  is altijd kleiner dan  $T_1$ . Des te beter de regressierelatie de verschillen in de  $\theta_i$ 's beschrijft des te groter wordt het verschil tussen  $T_1$  en  $T_2$  doordat  $\hat{\theta}_{\text{reg},i}$  dan meestal dichter bij  $\hat{\theta}_i$  zal liggen dan  $\bar{\theta}_w$  bij  $\hat{\theta}_i$ . Het verschil  $T_3 = T_1 - T_2$  gebruiken we om de nulhypothese  $H_0$ :

$$\theta_1 = \theta_2 = \dots = \theta_m,$$

te toetsen tegen het alternatief  $H_2$ :

er is een relatie tussen  $\theta_i$  en de jaargemiddelde neerslag of de waarde van  $\theta_i$  varieert tussen deelgebieden.

$T_3$  heeft onder  $H_0$  een  $\chi^2$ -verdeling met  $K - 1$  vrijheidsgraden, waarbij  $K$  het aantal geschatte regressiecoëfficiënten is (zie appendix 4).

Bij de locatieparameter  $\zeta$  zullen we de toetsingsgrootheid  $T_2$  gebruiken om te onderzoeken of een regressie op de jaargemiddelde neerslag de systematische regionale verschillen in de  $\zeta_i$ 's voldoende beschrijft. De grootheid  $T_2$  heeft dan een  $\chi^2$ -verdeling met  $m - 2$  vrijheidsgraden. Een hoge waarde van  $T_2$  wijst op onvolkomenheden van het gekozen regressiemodel. Het kan zijn dat de relatie tussen  $\zeta$  en de jaargemiddelde neerslag niet lineair is, maar ook dat er nog een andere variabele dan de jaargemiddelde neerslag nodig is om de regionale verschillen in de  $\zeta_i$ 's te beschrijven. Bij de dispersiecoëfficiënt  $\gamma$  wordt de toetsingsgrootheid  $T_2$  niet toegepast.

We besluiten deze paragraaf over toetsingsgrootheden met een paar opmerkingen over de covariantiematrix  $\mathbf{C}$ . De varianties op de hoofddiagonaal zijn afgeleid uit de eerder genoemde bootstrap samples. Bij de toetsingsgrootheden  $T_1$  en  $T_3$  is steeds het rekenkundige gemiddelde genomen van de bootstrapvarianties voor de individuele stations om als variantie in  $\mathbf{C}$  te gebruiken. Het feit dat onder  $H_0$  de  $\theta_i$ 's gelijk zijn heeft tot gevolg dat de varianties van de  $\hat{\theta}_i$ 's gelijk zijn. Bij het toetsen op mogelijke tekortkomingen van regressierelaties voor de locatieparameter met behulp van de grootheid  $T_2$  is verondersteld dat de varianties op de hoofddiagonaal van  $\mathbf{C}$  evenredig zijn aan het kwadraat van de  $\hat{\zeta}_{\text{reg},i}$ 's<sup>†</sup>.

## 6.2 Significantie van ruimtelijke verschillen in de dispersiecoëfficiënt $\gamma$

In paragraaf 3.2 kon geen duidelijk ruimtelijk patroon onderkend worden bij de dispersiecoëfficiënt  $\gamma$ . Een belangrijke vraag is nu of  $\gamma$  constant over Nederland verondersteld mag worden. Mocht dit zo zijn dan kunnen regionale verschillen in de extreme waarden statistiek relatief eenvoudig in rekening gebracht worden. We hoeven ons dan immers slechts te beperken tot systematische verschillen in de locatieparameter  $\zeta$ .

Naast een toets op basis van  $T_1$  zullen we onderzoeken of er een relatie is tussen  $\gamma$  en de jaargemiddelde neerslag en of  $\gamma$  voor stations langs de kust een andere waarde heeft dan voor stations in het binnenland, vanwege de invloed van de zeewatertemperatuur op de neerslag. Kuststations hebben daardoor relatief veel neerslag in het najaar. Figuur 13 geeft een indeling in kuststations en landstations gebaseerd op de gemiddelde neerslag in oktober.

Tabel 5 geeft de waarden van de toetsingsgrootheden  $T_1$  en  $T_3$  voor duren  $D$  van 1, 4 en 9 dagen. Opvallend is dat de toetsingsgrootheid  $T_1$  zeer significant is bij  $D = 9$  dagen en helemaal

<sup>†</sup> De variantie van de geschatte locatieparameter is ruwweg evenredig aan het kwadraat van de schaalparameter ofwel aan het kwadraat van de locatieparameter zelf, indien er geen of weinig systematische verschillen zijn in de dispersiecoëfficiënt. Voor de locatieparameter gebruiken we de geschatte waarde volgens vergelijking (11).

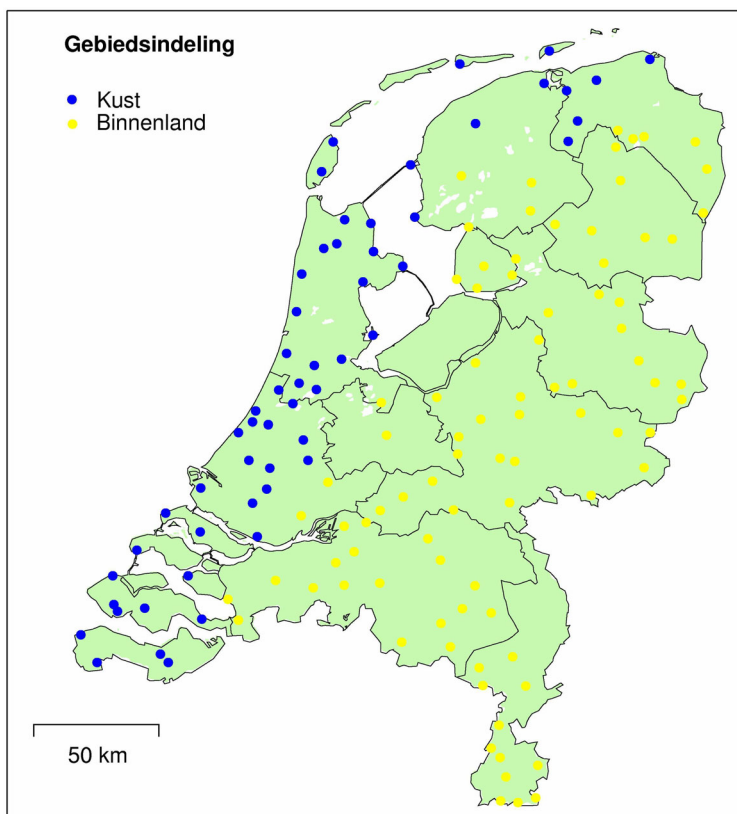
**Tabel 5** Resultaten van toetsen op regionale verschillen in de dispersiecoëfficiënt  $\gamma$ . De grootte  $T_1$  wordt gebruikt voor het toetsen op onderlinge verschillen tussen de stations zonder deze verschillen nader te specificeren. De grootte  $T_3$  heeft betrekking op een toets op verschillen tussen de waarden van  $\gamma$  voor de kuststations en landstations in figuur 13 (kusteffect) en op een toets op een samenhang van  $\gamma$  met de jaargemiddelde hoeveelheid neerslag (jaarsom).

Duur (dagen)	$T_1$	$T_3$	
		kusteffect	jaarsom
1	143.5	0.70	2.93
4	144.6	0.63	0.61
9	187.9**	0.64	0.57

\*\* Significant op het 1% niveau

niet bij  $D = 1$  en  $D = 4$  dagen. De grootte  $T_3$  geeft aan dat er geen significante verschillen tussen stations langs de kust en het binnenland zijn en ook dat het effect van de jaargemiddelde hoeveelheid neerslag op  $\gamma$  statistisch niet significant is.

De significantie van  $T_1$  bij  $D = 9$  dagen verdient nadere aandacht. In paragraaf 3.2 werd reeds opgemerkt dat over korte afstanden de geschatte waarden van  $\gamma$  aanzienlijk kunnen verschillen. Door de positieve correlatie tussen de geschatte waarden van nabijgelegen stations is bij de toetsingsgrootte  $T_1$  niet alleen de grootte van het residu  $\hat{\theta}_i - \bar{\theta}_w$  van belang, maar ook of dit residu sterk verschilt van de residuen op de omliggende stations. Een redelijk inzicht in de bijdrage aan  $T_1$  van een bepaald station kan worden verkregen door de vector van residuen  $\hat{\theta} - \bar{\theta}_w \mathbf{s}$  te transformeren naar een vector  $\boldsymbol{\eta} = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_m)^T$  van “ongecorreleerde” residuen



**Figuur 13** Indeling in kust- en landstations op basis van de gemiddelde neerslag in oktober.

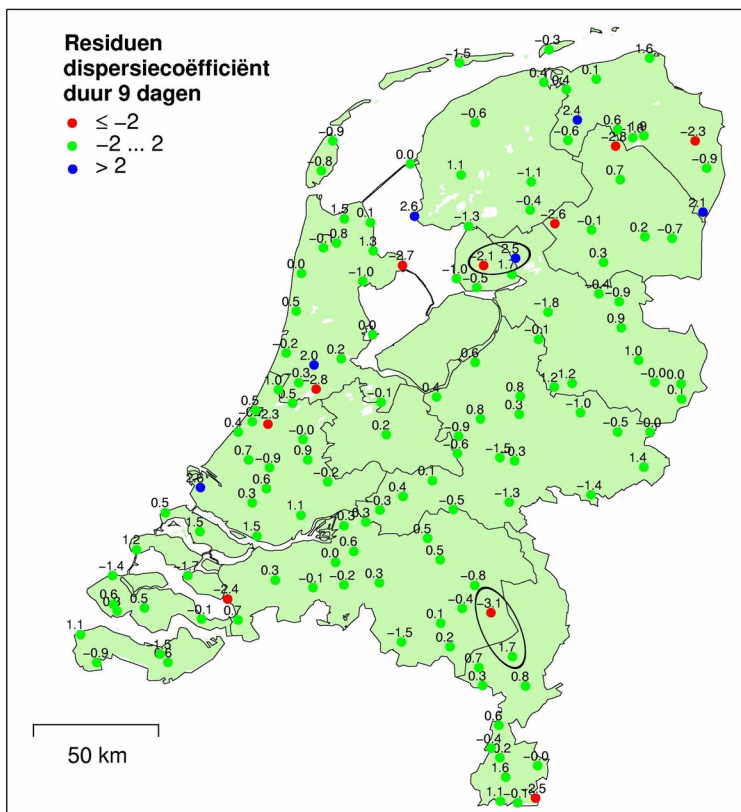
$\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_m$ , zodanig dat

$$T_1 = \sum_{i=1}^m \eta_i^2 \quad (14)$$

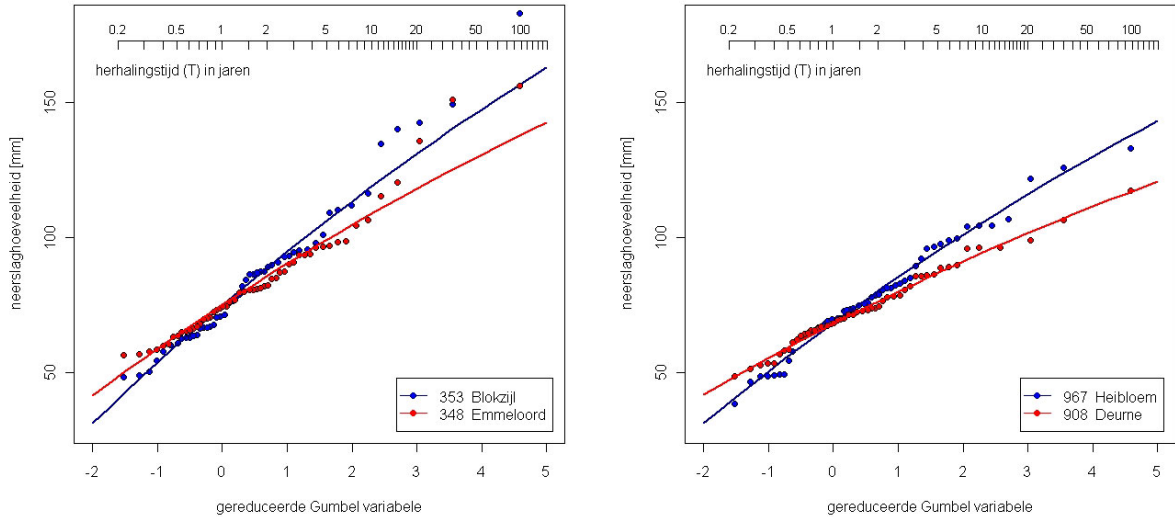
Appendix 4 geeft nadere bijzonderheden over deze transformatie. Figuur 14 laat voor  $D = 9$  dagen de verdeling van de  $\eta_i$ 's over Nederland zien. Er zijn zes stations waarvoor  $\eta_i$  groter is dan 2 en tien stations waarvoor  $\eta_i$  kleiner is dan  $-2$ . De som van de kwadraten van de  $\eta_i$ 's van deze zestien stations bedraagt 100.5, wat iets meer dan de helft is van de waarde van  $T_1$ .

Figuur 15 geeft Gumbel waarschijnlijkheidsplots van de extreme waarden van stations met relatief grote getransformeerde residuen. De Gumbel verdeling wordt in dit soort plots door een rechte lijn weergegeven. Vanwege de positieve waarde van de vormparameter van de GEV verdeling voor  $D = 9$  dagen buigen de gefitte verdelingen enigszins naar beneden af. De linker grafiek vergelijkt de 9-daagse jaarmaxima van Blokzijl ( $\eta_i = 2.5$ ) met die van het nabijgelegen Emmeloord ( $\eta_i = -2.1$ ). Kleine verschillen in de staarten van de verdelingen leiden tot vrij grote verschillen in de geschatte waarden van de dispersiecoëfficiënt. In de rechter grafiek worden de extremen van Deurne, die in absolute waarde het grootste getransformeerde residu hebben van alle stations ( $\eta_i = -3.1$ ) vergeleken met die van het nabijgelegen Heibloem ( $\eta_i = 1.7$ ). Bij Heibloem zijn de hoogste geordende jaarmaxima aanzienlijk hoger dan de overeenkomstige jaarmaxima van Deurne, maar ook is het laagste jaarmaximum bij Heibloem lager dan dat van Deurne.

Bij  $D = 1$  dag zijn er zes stations waarvoor  $\eta_i \leq -2$  of  $\eta_i > 2$ , bij  $D = 4$  dagen zijn er slechts vier stations waar dit gevonden wordt. Dergelijke aantallen zijn te verwachten op basis van



**Figuur 14** Getransformeerde residuen  $\eta_i$  bij de dispersiecoëfficiënt van de 9-daagse jaarmaxima. Van de omcirkelde stationsparen (gekenmerkt door relatief grote residuen met tegengesteld teken) zijn de jaarmaxima uitgezet in de Gumbel waarschijnlijkheidsplots van figuur 15.



**Figuur 15** Gumbel waarschijnlijkheidsplots voor jaarmaxima van 9-daagse neerslaghoeveelheden te Blokzijl, Emmeloord, Heibloem en Deurne. De waargenomen hoeveelheden zijn als punten uitgezet tegen de herhalingstijd volgens Gringorten (1963). De herhalingstijd heeft hier betrekking op de gemiddelde duur (in jaren) tussen twee opeenvolgende overschrijdingen in de partiële duurreeks (zie verder hoofdstuk 7). De lijnen geven een GEV verdeling weer, waarvan de locatieparameter en dispersiecoëfficiënt zijn geschat uit de jaarmaxima met de methode van grootste aannemelijkheid bij een vooraf gedefinieerde vormparameter (0.063). De locatieparameter is voor beide locaties in zowel de linker- als rechtergrafiek vrijwel gelijk (links 75.0 mm en rechts 68.3 mm). De dispersiecoëfficiënt bedraagt voor Blokzijl 0.274, voor Emmeloord 0.210, voor Heibloem 0.255 en voor Deurne 0.180.

het feit dat de  $\eta_i$ 's bij benadering normaal verdeeld zijn met verwachtingswaarde 0 en standaardafwijking 1, als  $\gamma$  constant is over Nederland. De zestien afwijkende stations bij  $D = 9$  dagen vallen duidelijk buiten deze verwachting.

In navolging van het werk van Stedinger en Tasker (1985) over extreme rivierafvoeren, brengen Madsen e.a. (2002) onregelmatige heterogeniteiten bij de extreme neerslag in Denemarken in rekening door een random modelfout  $\delta_i$ . Voor de dispersiecoëfficiënt in deze studie zou dat neerkomen op:

$$\gamma_i = \gamma + \delta_i, \quad (15)$$

waarbij voor  $\delta_i$  geldt:  $E(\delta_i) = 0$ ,  $\text{var}(\delta_i) = \sigma_\delta^2$  en  $\text{cov}(\delta_i, \delta_j) = 0$  als  $i \neq j$ . Voor  $D = 1$  dag en  $D = 4$  dagen zou dan  $\sigma_\delta^2 \approx 0$  zijn, maar niet voor  $D = 9$  dagen. Men krijgt dus een abrupte overgang (of abrupte overgangen) in  $\sigma_\delta^2$ , wat weinig aantrekkelijk is. Voor een eenduidige aanpak van de extreme waarden statistiek voor de verschillende duren, wordt aanbevolen onregelmatige ruimtelijke heterogeniteiten in de dispersiecoëfficiënt te verwaarlozen, wat erop neerkomt dat  $\gamma$  constant is over Nederland.

### 6.3 Significantie van ruimtelijke verschillen in de locatieparameter $\zeta$

In tegenstelling tot het ruimtelijke patroon van de dispersiecoëfficiënt  $\gamma$ , wijst eerder onderzoek al op systematische regionale verschillen in de locatieparameter  $\zeta$ . In paragraaf 3.1 werd een verband tussen de locatieparameter en de gemiddelde jaarlijkse neerslaghoeveelheid gevonden. In deze paragraaf wordt getoetst of dit verband statistisch significant is en ook of de regionale verschillen in de locatieparameter geheel verklaard kunnen worden door de jaargemiddelde neerslag.

**Tabel 6** Resultaten van toetsen op regionale verschillen in de locatieparameter  $\zeta$ . De grootheid  $T_1$  wordt gebruikt voor het toetsen van onderlinge verschillen tussen de stations zonder deze verschillen nader te specificeren. Met de toetsingsgrootheden  $T_2$ ,  $T_2$  (prop) en  $T_3$  wordt de relatie met de gemiddelde jaarsom getoetst (zie tekst).

Duur (dagen)	$T_1$	$T_3$	$T_2$	$T_2$ (prop)
1	254.3 **	90.0 **	164.3	206.5 **
4	378.0 **	218.4 **	159.7	197.3 **
9	540.4 **	362.0 **	178.4 *	215.9 **

\* Significant op het 5% niveau, maar niet op het 1% niveau

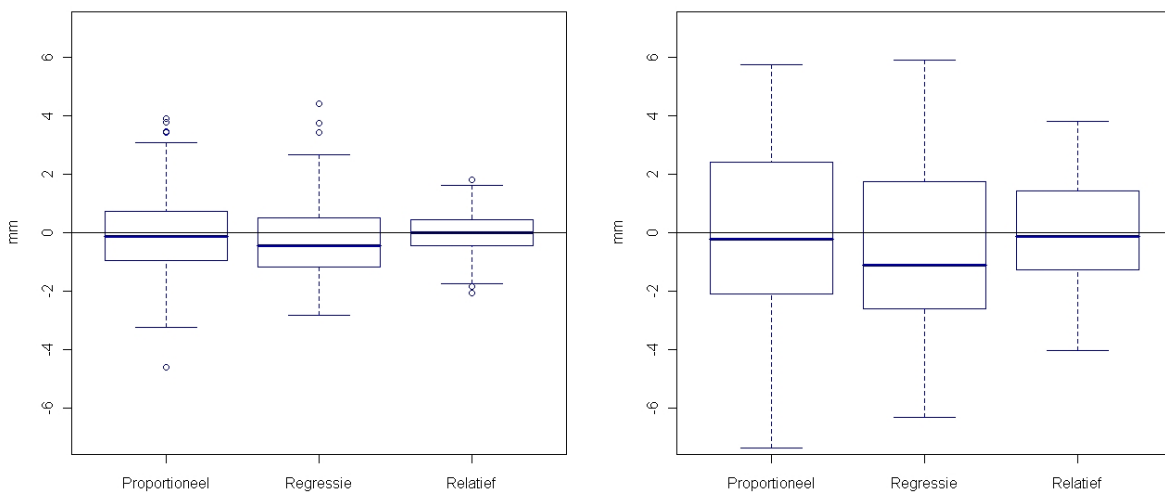
\*\* Significant op het 1% niveau

Tabel 6 geeft de waarden van de toetsingsgrootheden  $T_1$ ,  $T_2$  en  $T_3$  voor  $D = 1, 4$  en  $9$  dagen. Daarnaast zijn nog de waarden van een vierde toetsingsgrootheid  $T_2$  (prop) gegeven. Bij deze grootheid is  $\zeta$  niet geschat uit de regressierelatie (11) maar is verondersteld dat de relatieve verschillen in deze parameter even groot zijn als die in de gemiddelde jaarlijkse neerslaghoeveelheid  $N$ . Dit leidt tot de schatter:

$$\hat{\zeta}_{i,\text{prop}} = \bar{\xi} N_i / \bar{N} \quad (16)$$

met  $\bar{\xi}$  en  $\bar{N}$  de rekenkundige gemiddelden van respectievelijk de  $\xi_i$ 's en de  $N_i$ 's.

De toetsingsgrootheid  $T_1$  verwerpt voor alle drie duren de nulhypothese dat de locatieparame-



**Figuur 16** Verdeling van de afwijkingen tussen de geschatte locatieparameter op basis van de 55-jarige meetreeksen en een modelmatige schatting daarvan voor een duur van 1 dag (links) en 9 dagen (rechts) uitgezet in een zogeheten “box en whisker diagram” voor verschillende schattingsmethoden. De helft van de afwijkingen ligt binnen de boven- en onderzijde van de rechthoek (de “box”), behoudens uitschieters liggen alle afwijkingen tussen de korte horizontale lijnen (de “whiskers”) aan weerszijde van de “box” en eventuele uitschieters zijn als punten buiten de “whiskers” gezet. Bij “Proportioneel” is de locatieparameter evenredig aan de jaargemiddelde neerslag volgens vergelijking (16), bij “Regressie” is gebruik gemaakt van lineaire regressie van de locatieparameter op de jaargemiddelde neerslag en bij “Relatief” is een schatting voor de locatieparameter verkregen door een simpele vermenigvuldiging van  $\hat{\zeta}_{rel}$  in vergelijking (5) met het rekenkundig gemiddelde van de locatieparameter voor alle stations bij de desbetreffende duur.

ter overal in Nederland dezelfde waarde heeft. De waarden van  $T_3$  geven aan dat het verband met de jaargemiddelde neerslaghoeveelheid significant is op het 1% niveau en die van  $T_2$  dat dit verband een groot deel van de regionale verschillen in  $\zeta$  verklaart (de statistische significantie van  $T_2$  is immers veel geringer dan de significantie van  $T_1$ ). De eenvoudige evenredigheid met het jaargemiddelde (16) is echter niet in staat de regionale verschillen in  $\zeta$  afdoende te beschrijven. Immers de grootheid  $T_2$  (prop) is voor alle drie duren significant op het 1% niveau.

Hoewel de lineaire regressierelatie (11) een groot deel van de regionale verschillen in  $\zeta$  verklaart, zijn de waarden van  $T_2$  in tabel 6 toch vrij hoog. Voor  $D = 9$  dagen is  $T_2$  zelfs significant op het 5% niveau. Dit wijst er op dat vergelijking (11) niet alle verschillen in  $\zeta$  beschrijft. Een praktisch bezwaar voor het gebruik van deze regressierelatie is dat voor elke duur een afzonderlijke vergelijking nodig is. En deze vergelijkingen overschatten de waarde van de locatieparameter voor De Bilt, omdat dit station qua jaargemiddelde neerslag een vrij nat station is, maar niet wat de extreme waarden betreft (zie paragraaf 3.1). Dit leidt tot complicaties als wij de extreme waarden statistiek in STOWA 2004-26 voor De Bilt willen herleiden naar die voor een andere locatie in Nederland op basis van de relatieve verschillen in de locatieparameter.

In paragraaf 3.1 werden de geschatte waarden van  $\zeta$  voor  $D = 1, 2, 4, 8$  en 9 dagen samengevat door de grootheid  $\hat{\zeta}_{rel}$ , zoals gegeven door de vergelijkingen (5) en (6). De ruimtelijke variatie van deze grootheid over Nederland werd gegeven in figuur 6. De vraag is of dit kaartje een beter beeld geeft van de regionale verschillen in de locatieparameter voor een gegeven duur  $D$  dan een kaartje van de jaargemiddelde neerslag. Figuur 16 laat voor  $D = 1$  en  $D = 9$  dagen zien hoe goed de verschillende methoden de geschatte waarde van  $\zeta$  uit de jaarmaxima benaderen. Grote afwijkingen worden gevonden bij het schatten uit de jaargemiddelde hoeveelheid, tot ongeveer 4 mm (ruim 10%) voor  $D = 1$  dag en 6 tot 7 mm (bijna 10%) voor  $D = 9$  dagen. De winst van het gebruik van de regressierelatie (11) ten opzichte van de eenvoudige relatie (16) is gering. Opvallend is daarbij dat vergelijking (11) tot een reductie leidt van grote negatieve afwijkingen (overschattingen van  $\hat{\zeta}$ ) en nagenoeg geen invloed heeft op grote positieve afwijkingen. Bij  $\hat{\zeta}_{rel}$  zijn de afwijkingen aanzienlijk kleiner dan bij de relaties met de jaargemiddelde hoeveelheid. De standaardafwijking van  $\hat{\zeta}_{rel}$  (ongeveer 3%) is vergelijkbaar met de relatieve standaardafwijking van de gemiddelde jaarsom uit een 30-jarige reeks. De ruimtelijke correlatie in  $\hat{\zeta}_{rel}$  is echter zwakker dan bij de gemiddelde jaarsom. Voor twee stations die 20 km van elkaar verwijderd zijn, is de correlatiecoëfficiënt ongeveer 0.40 voor  $\hat{\zeta}_{rel}$  en 0.85 voor de jaargemiddelde neerslag. Het ruimtelijk patroon van  $\hat{\zeta}_{rel}$  is daardoor grilliger dan dat van de jaargemiddelde neerslag. Gladstrijken is echter geen optie, vanwege sterke klimatologische gradiënten in sommige regio's zoals het zuiden van Limburg.

## 7. Regionalisatie van de extreme waarden statistiek

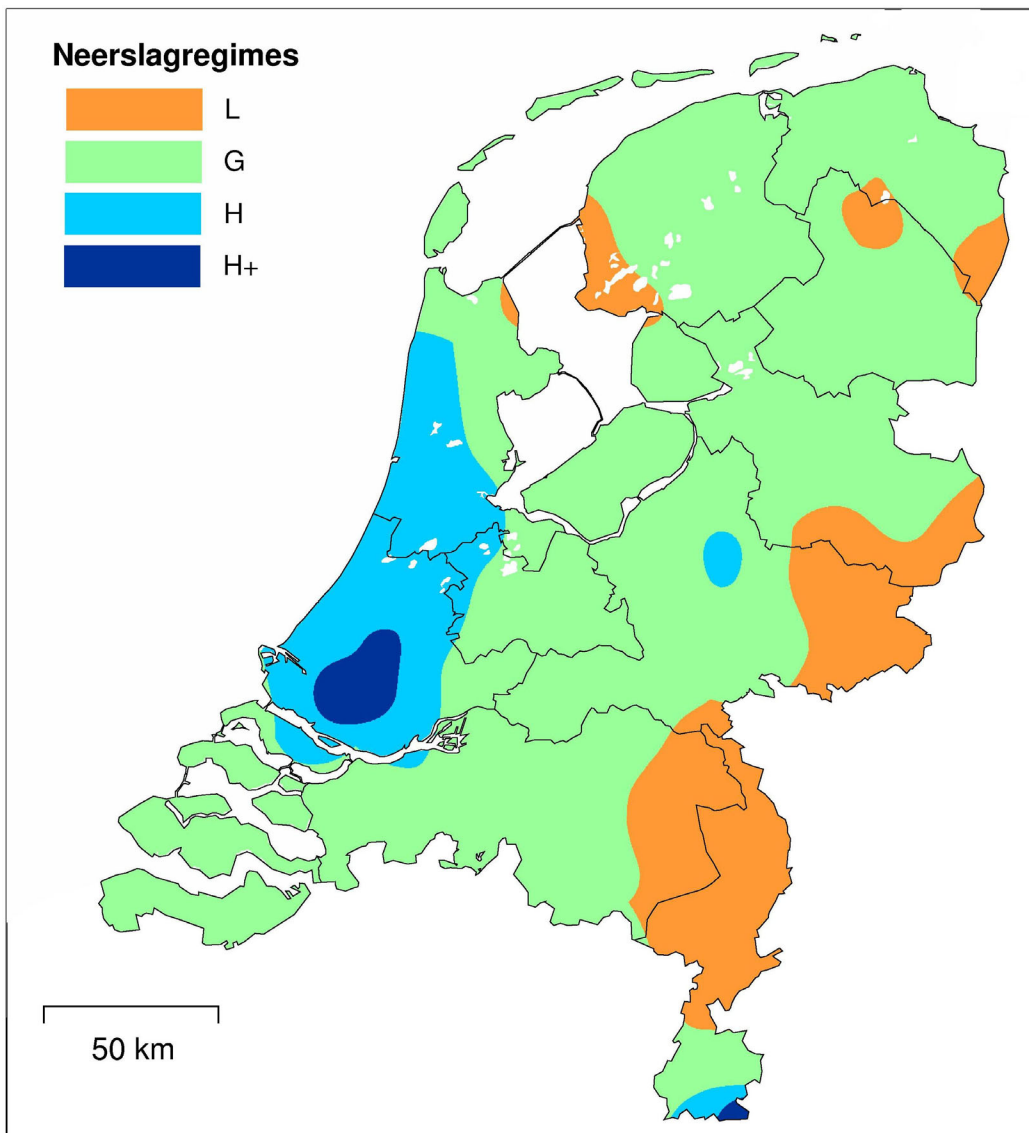
In deze studie was ervan uitgegaan dat de vormparameter van de GEV verdeling voor een gegeven duur overal hetzelfde is in Nederland. De toetsen in hoofdstuk 6 geven aan dat men dit ook voor de dispersiecoëfficiënt mag veronderstellen. Dit heeft tot gevolg dat de verdeling van de extremen overal in Nederland hetzelfde is als men de jaarmaxima van elke locatie deelt door het gemiddelde jaarmaximum, een eigenschap waarop de index-flood methode (Dalrymple, 1960) in de hydrologie gebaseerd is. In plaats van te schalen met het gemiddelde jaarmaximum kan men ook schalen met de locatieparameter van de GEV verdeling. Het constant zijn van de verdeling na schaling met de locatieparameter heeft tot gevolg dat de relatie-

**Tabel 7** Definitie van vier neerslagregimes op basis van de relatieve locatieparameter  $\hat{\xi}_{rel}$ . In de laatste kolom is het rekenkundige regimegemiddelde van de relatieve locatieparameter vermeld.

Regime	$\hat{\xi}_{rel}$	regimegemiddelde
L	$< 0.95$	0.93
G	$0.95 \dots 1.05$	1.00
H	$1.05 \dots 1.10$	1.08
H+	$\geq 1.10$	1.14

ve verschillen in de neerslaghoeveelheden die eens in de  $T$  jaar worden overschreden op verschillende stations steeds gelijk zijn aan de relatieve verschillen in de locatieparameter van deze stations.

De toetsen in hoofdstuk 6 geven aan dat er statistisch significante verschillen zijn in de locatieparameter binnen Nederland. Hoewel er een vrij sterk verband is tussen de waarde van de locatieparameter en de jaargemiddelde neerslag is schaling van de extreme waarden statistiek



**Figuur 17** Vier te onderscheiden neerslagregimes met elk een eigen extreme waarden statistiek.



van De Bilt op basis van dit jaargemiddelde niet toereikend voor het in kaart brengen van regionale verschillen in de extreme waarden statistiek. Dit komt deels doordat de locatieparameter niet recht evenredig is aan de jaargemiddelde neerslag en deels doordat de jaargemiddelde neerslag niet alle regionale verschillen in de locatieparameter verklaart. Een betere maat voor het weergeven van de regionale verschillen in de extreme waarden statistiek is de relatieve locatieparameter  $\hat{\xi}_{rel}$  uit vergelijking (5) ondanks dat deze voor minder plaatsen bepaald is dan het jaargemiddelde en deze een vrij zwakke ruimtelijke correlatie kent.

**Tabel 8** Neerslaghoeveelheden (mm) voor het gehele jaar voor duren van 1, 2, 4, 8 en 9 dagen, die gemiddeld 10 keer per jaar tot gemiddeld eens per 1000 jaar worden overschreden. De vier te onderscheiden neerslagregimes L, G, H en H+ gelden voor verschillende gebieden in Nederland, zoals aangegeven in figuur 17.

L						G					
dagen						dagen					
jaar	1	2	4	8	9	jaar	1	2	4	8	9
10x per jaar	14	18	-	-	-	10x per jaar	15	19	-	-	-
5x per jaar	20	24	31	40	42	5x per jaar	21	26	33	43	45
2x per jaar	26	33	42	57	60	2x per jaar	28	35	45	61	64
1x per jaar	31	38	48	66	70	1x per jaar	33	41	52	71	75
1x per 2 jaar	36	45	56	75	80	1x per 2 jaar	39	48	60	81	86
1x per 5 jaar	44	54	66	87	92	1x per 5 jaar	47	58	71	94	99
1x per 10 jaar	50	60	74	96	101	1x per 10 jaar	54	65	80	103	109
1x per 20 jaar	57	68	83	105	110	1x per 20 jaar	61	73	89	113	118
1x per 25 jaar	59	70	85	107	113	1x per 25 jaar	63	75	91	115	121
1x per 50 jaar	66	78	93	115	121	1x per 50 jaar	71	84	100	124	130
1x per 100 jaar	73	86	101	124	128	1x per 100 jaar	79	92	109	133	138
1x per 200 jaar	81	94	110	131	136	1x per 200 jaar	87	101	118	141	146
1x per 500 jaar	91	105	121	141	145	1x per 500 jaar	98	113	130	152	156
1x per 1000 jaar	100	114	130	148	152	1x per 1000 jaar	108	123	140	159	163
H						H+					
dagen						dagen					
jaar	1	2	4	8	9	jaar	1	2	4	8	9
10x per jaar	16	21	-	-	-	10x per jaar	17	22	-	-	-
5x per jaar	23	28	36	46	49	5x per jaar	24	30	38	49	51
2x per jaar	30	38	49	66	69	2x per jaar	32	40	51	70	73
1x per jaar	36	44	56	77	81	1x per jaar	38	47	59	81	86
1x per 2 jaar	42	52	65	87	93	1x per 2 jaar	44	55	68	92	98
1x per 5 jaar	51	63	77	102	107	1x per 5 jaar	54	66	81	107	113
1x per 10 jaar	58	70	86	111	118	1x per 10 jaar	62	74	91	117	124
1x per 20 jaar	66	79	96	122	127	1x per 20 jaar	70	83	101	129	135
1x per 25 jaar	68	81	98	124	131	1x per 25 jaar	72	86	104	131	138
1x per 50 jaar	77	91	108	134	140	1x per 50 jaar	81	96	114	141	148
1x per 100 jaar	85	99	118	144	149	1x per 100 jaar	90	105	124	152	157
1x per 200 jaar	94	109	127	152	158	1x per 200 jaar	99	115	135	161	166
1x per 500 jaar	106	122	140	164	168	1x per 500 jaar	112	129	148	173	178
1x per 1000 jaar	117	133	151	172	176	1x per 1000 jaar	123	140	160	181	186

Voor duren van 1 tot 9 dagen geeft  $\hat{\xi}_{rel}$  redelijk de relatieve verschillen in de waarde van de locatieparameter  $\zeta$  binnen Nederland weer. In figuur 6 varieert  $\hat{\xi}_{rel}$  van 0.90 tot 1.18. Voor De Bilt is  $\hat{\xi}_{rel}$  gelijk aan 1.00, zodat de extreme waarden verdeling van dit station gezien kan worden als een gemiddelde extreme waarden verdeling voor Nederland. De neerslag die in een gegeven duur op een bepaalde locatie gemiddeld eens in de  $T$  jaar wordt overschreden kan eenvoudig worden verkregen door de overeenkomstige neerslaghoeveelheid uit de extreme waarden statistiek van De Bilt te vermenigvuldigen met  $\hat{\xi}_{rel}$  voor die locatie. Een vraag is echter nog welke waarde voor  $\zeta_{rel}$  men zou moeten aanhouden.

In overleg met een vertegenwoordiging van waterbeheerders is besloten om op basis van de waarde van  $\hat{\xi}_{rel}$  vier neerslagregimes in Nederland te onderscheiden: een regime L met relatief lage waarden voor deze parameter, een regime G (gemiddeld), waarvoor deze parameter vrijwel gelijk is aan 1 en twee regimes H en H+ met relatief hoge waarden voor deze parameter. De vier regimes worden in tabel 7 gedefinieerd en figuur 17 laat zien waar deze regimes in Nederland heersen. De relatieve locatieparameter te Zoutkamp, Lisse, Tiel en Krabbendijke blijkt ten opzichte van de directe omgeving een enigszins afwijkende waarde te hebben. De relatieve locatieparameter op de eerste drie neerslagstations ligt iets beneden de onderste klassengrens van het omliggende regime en de laatste iets boven de hoogste klassengrens. De verschillen zijn te gering om deze locaties geloofwaardig van hun omgeving af te laten wijken en in figuur 17 zijn de afwijkingen niet terug te vinden. Een fijnere opdeling dan deze is niet haalbaar gezien de nauwkeurigheid, waarmee  $\zeta_{rel}$  geschat wordt (standaardafwijking van  $\hat{\xi}_{rel} \approx 0.03$ ) en de grootte van de schattingsfout in de waarde van  $\zeta$  voor een gegeven duur op basis van de waarde van  $\hat{\xi}_{rel}$ .

Vergelijking van figuur 17 met de achtergrond van o.a. figuur 6 leert, dat er enige overeenstemming, maar ook de nodige verschillen bestaan tussen de relatieve locatieparameter en de jaargemiddelde neerslag. Hoewel de hoogste jaargemiddelde neerslag rondom Vaals en Apeldoorn gevonden wordt, is het neerslagregime rondom Apeldoorn minder extreem dan in de omgeving van Vaals. Het meest opvallende in figuur 17 is echter de extremiteit van het neerslagregime in Zuid-Holland, een deel van Noord-Holland en een klein stukje van de provincie Utrecht. Dit openbaart zich minder duidelijk in de jaargemiddelde neerslag. In gebieden met een neerslagregime L is de jaargemiddelde neerslag vaak laag (het zuidoosten van Groningen, het oosten van Brabant en het noorden en midden van Limburg). Een uitzondering vormen het oostelijk gedeelte van Overijssel en grote delen van de Achterhoek, waar de jaargemiddelde neerslag dicht tegen de jaargemiddelde hoeveelheid neerslag van heel Nederland ligt.

Voor de onderscheiden neerslagregimes in figuur 17 is de extreme waarden statistiek uitgewerkt in de overzichten van tabel 8. De kleuren gebruikt om de verschillende regimes op de kaart te duiden dienen ook als achtergrond van de bijbehorende overzichten. Voor het regime G blijft de statistiek van De Bilt in het STOWA 2004-26 rapport gehandhaafd, terwijl voor de overige regimes een andere statistiek is vervaardigd door vermenigvuldiging van de neerslaghoeveelheden voor regime G met het regimegemiddelde vermeld in de laatste kolom van tabel 7.

De neerslaghoeveelheden in tabel 8 en het STOWA 2004-26 rapport hebben betrekking op lopende  $D$ -daagse sommen. Deze verschillen van de  $D$ -daagse sommen uit de dagaftappingen van de neerslagstations, doordat voor elk klokuur een  $D$ -daagse som bepaald wordt. De neerslaghoeveelheid, die gemiddeld eens per  $T$  jaar overschreden wordt is bij lopende  $D$ -daagse

sommen iets hoger dan bij  $D$ -daagse sommen uit dagaftappingen (ongeveer 13% voor  $D = 1$  dag, 6% voor  $D = 2$  dagen en minder dan 5% voor de langere duren).

De herhalingstijd in tabel 8 heeft betrekking op de gemiddelde duur (in jaren) tussen twee opeenvolgende overschrijdingen in de partiële duurreeks. Deze reeks bevat alle onafhankelijke extreme gebeurtenissen uit de oorspronkelijke reeks. De gemiddelde herhalingstijd van een bepaalde neerslaghoeveelheid in de partiële duurreeks is gekoppeld aan de kans, dat het jaarmaximum deze hoeveelheid overschrijdt. De relatie tussen de herhalingstijd in de partiële reeks en die voor jaarmaxima staat bekend als de relatie van Langbein (Buishand en Velds, 1980; Buishand en Wijngaard, 2007). Toepassing van deze relatie voor herhalingstijden van 0.1 en 0.2 jaar houdt in, dat de GEV verdeling ook te gebruiken is voor hoeveelheden in de buurt van het kleinste jaarmaximum en lager dan dit jaarmaximum. In STOWA 2004-26 zijn partiële reeksen gebruikt om de neerslaghoeveelheden voor korte herhalingstijden te bepalen in plaats van de GEV verdeling voor de jaarmaxima. De bruikbaarheid van een schaling op basis van de locatieparameter van de GEV verdeling is daarom enigszins twijfelachtig voor deze herhalingstijden. Daarnaast zijn er met name voor de neerslaggebeurtenissen, die relatief vaak voorkomen, aanwijzingen voor systematische veranderingen in de tijd (zie paragraaf 8.1).

De aanname van de GEV verdeling is vrij cruciaal voor de neerslaghoeveelheden, die gemiddeld eens in de 500 of 1000 jaar worden overschreden. Voor  $D = 1$  dag is deze aanname geverifieerd op basis van de dagwaarden van 80 mm of meer in het tijdvak 1866 – 1989 (Buishand, 1991). Een dergelijke verificatie is voor de andere neerslagduren niet uitgevoerd.

De aanpassing van de extreme waarden statistiek in STOWA 2004-26 op basis van de waarden van  $\hat{\xi}_{rel}$  geldt in principe slechts voor duren van 1 tot 9 dagen. Recent onderzoek met radargegevens voor het tijdvak 1998 – 2008 (Overeem e.a., 2009) laat zien dat voor de uursommen de regionale verschillen in de locatieparameter minder uitgesproken zijn dan voor de dagsommen. Zo is bij de uursommen niet langer sprake van een relatief lage waarde van  $\xi$  in het oosten van Brabant en het noorden en midden van Limburg en is het maximum over Zuid-Holland minder duidelijk. Gewaakt moet daarom worden voor onverantwoorde extrapolaties voor duren korter dan 1 dag, waartoe de genoemde vermenigvuldigingsfactoren in tabel 7 gemakkelijk kunnen uitnodigen.

## **8. Neerslagstatistiek en klimaatverandering**

Zowel in het STOWA 2004-26 rapport als bij de analyse in dit rapport is uitgegaan van een constant klimaat. Er zijn echter aanwijzingen dat het neerslagklimaat in de afgelopen decennia al veranderd is. Daarnaast zijn er in de toekomst veranderingen in het optreden van extreme neerslaggebeurtenissen te verwachten als gevolg van het versterkte broeikaseffect. In dit hoofdstuk zal eerst worden ingegaan op veranderingen in het verleden en vervolgens op mogelijke toekomstige veranderingen in de extreme waarden statistiek van de neerslag.

### *8.1 Veranderingen van het neerslagklimaat in het verleden*

Het STOWA 2004-26 rapport geeft een korte beschouwing over de trends in de reeks van De Bilt voor het tijdvak 1906 – 2003. De jaargemiddelde neerslag nam in dat tijdvak met ongeveer 20% toe. Bij de dagwaarden die gemiddeld 5 tot 20 × per jaar worden overschreden is er een toename van ongeveer 10% in de tweede helft van de 20e eeuw. Voor extremere neerslaggebeurtenissen zijn de veranderingen echter marginaal. De toename van de jaarge-

gemiddelde neerslag in De Bilt blijkt vooral afkomstig uit een toename in het winterhalfjaar (Klein Tank en Sluijter, 2003). Deze toename komt niet alleen in De Bilt of in Nederland voor, maar ook in een groot deel van het stroomgebied van de Rijn, tot ver in Zwitserland (Rapp en Schönwiese, 1995; Widmann en Schär, 1997, Schmidli e.a., 2002; Hundecha en Bárdossy, 2005). Voor de oorzaak van deze trend is nog geen afdoende verklaring gevonden. Naast een toename in de gemiddelde neerslag is er in Nederland vanaf het begin van de vorige eeuw een sterke stijging (bijna 30%) in de hoogste 10-daagse som in de wintermaanden december, januari en februari (KNMI, 2006).

Een onderzoek omtrent de uitzonderlijke neerslag van augustus 2006 laat zien dat in het tijdvak 1951 – 2006 de gemiddelde neerslag in de zomer in de kustzone met 7 – 10 mm per maand (10 – 15%) is toegenomen ten opzichte van het zomergemiddelde van stations in het binnenland (Lenderink en Van Meijgaard, 2008; Lenderink e.a., 2008). Bij deze trend speelt waarschijnlijk de stijging van de temperatuur van het Noordzeewater een belangrijke rol. In augustus 2006 was de zeewatertemperatuur 2 tot 3 °C hoger dan de gemiddelde zeewatertemperatuur voor de maand augustus in het tijdvak 1961 – 2000 en was de gemiddelde neerslag in de kustzone ruim 30% hoger dan landinwaarts. De 75-, 90- en 95-percentielen van de dagwaarden<sup>†</sup> van de neerslag waren langs de kust 30 – 40% hoger dan in het binnenland. Voor het 99-percentiel was het verschil tussen de kust en het binnenland kleiner (10 – 20%). Deze regionale verschillen in een uitzonderlijke augustusmaand laten zich echter niet zomaar vertalen naar trends in de tijd.

Samenvattend kan gesteld worden dat er vrij aanzienlijke veranderingen in de gemiddelde neerslag gevonden zijn, vooral op seizoensbasis. Er is echter minder bekend over veranderingen in extremen, met name in de extremen die voor de waterbeheerder belangrijk zijn. Het is overigens niet duidelijk hoe men in de praktijk met trends in de extreme waarden statistiek zou moeten omgaan.

## 8.2 *Verwachte veranderingen van het neerslagklimaat in de toekomst*

Enige tijd geleden heeft het KNMI een viertal scenario's uitgebracht voor het klimaat rond 2050 (KNMI, 2006). Voor de dagsom die gemiddeld eens in de 10 jaar in de zomer (juni, juli, augustus) wordt overschreden geven deze KNMI'06 scenario's een toename van 5 tot 27 % ten opzichte van de waarde rond 1990, en voor de 10-daagse neerslagsom die gemiddeld eens in de 10 jaar in de winter (december, januari, februari) wordt overschreden een toename van 4 tot 12%. Bij de laatste is de range vermoedelijk aan de lage kant omdat de potentiële veranderingen in de variabiliteit van de 10-daagse neerslag slechts ten dele worden meegenomen. Er wordt geen informatie over de verwachte veranderingen in de jaarmaxima gegeven. Groen (2007) laat zien dat voor  $D = 1$  dag de toename bij de jaarmaxima vergelijkbaar is met de 5 tot 27% toename bij de zomermaxima, zodat we voor deze duur kunnen stellen dat de ondergrens van de verwachte toename rond 2050 klein is ten opzichte van de bestaande regionale verschillen, maar dat de bovengrens in dezelfde orde van grootte ligt als de verschillen tussen de meest natte en droge delen van Nederland.

De KNMI'06 scenario's zijn gebaseerd op simulaties met regionale klimaatmodellen. Deze modellen beslaan een groot deel van Europa en de noordelijke Atlantische Oceaan en hebben een ruimtelijke oplossing van 50 km × 50 km. Het was niet mogelijk om de eventuele veranderingen in regionale neerslagverschillen binnen Nederland met de simulaties van deze modellen te onderzoeken en derhalve wordt er slechts één waarde voor de verandering voor heel

---

<sup>†</sup> Het 100p-percentiel is de dagwaarde die met kans 1-p overschreden wordt. Zo krijgen wij bijvoorbeeld voor het 95p-percentiel een overschrijdingskans van 0.05, ofwel gemiddeld eens in de 20 dagen.

Nederland gegeven. Recent onderzoek laat zien, dat er door hogere temperaturen van het Noordzeewater en mogelijk ook door uitdroging boven het continent veranderingen in de regionale verschillen zouden kunnen optreden, met name in de zomer en herfst. De kuststrook zou in de toekomst natter kunnen worden ten opzichte van het binnenland. Echter dit onderzoek is nog in de beginfase en laat alleen op een case basis zien wat er mogelijk zou kunnen gebeuren. Een kwantificering van deze effecten wordt verwacht met de update van de KNMI scenario's, die nu in 2012/2013 gepland is.

### **Dankwoord**

De auteurs zijn dank verschuldigd aan Aart Overeem voor kritische opmerkingen en verbeteringen van concepten. Ze zijn Geert Lenderink erkentelijk voor het doornemen van een deel van de tekst en aanvullingen op hoofdstuk 8. Een woord van dank geldt ook voor Jon Nellestijn voor het vervaardigen van de meeste kaarten in dit rapport.

## Literatuur

Buishand, T.A., 1983. Uitzonderlijk hoge neerslaghoeveelheden en de theorie van de extreme waarden. *Cultuurtechnisch Tijdschrift*, **23**, 9-20. Corrigendum, **23**, 81.

Buishand, T.A., 1984. Neerslaggegevens bij rioleringsberekeningen. *H<sub>2</sub>O*, **17**, 142 – 147. Corrigendum **17**, 195.

Buishand, T.A., 1991. Extreme rainfall estimation by combining data from several sites. *Hydrological Sciences Journal*, **36**, 345 – 365.

Buishand, T.A., 1993. Rainfall depth-duration-frequency curves; a problem of dependent extremes. In: Barnett, V., Turkman, K.F. (Eds.), *Statistics for the Environment*, pp. 183-197. Wiley, Chichester.

Buishand, T.A. en Velds, C.A., 1980. *Klimaat van Nederland 1 – Neerslag en verdamping*. KNMI, De Bilt.

Buishand, T.A. en Wijngaard, J.B., 2007. Statistiek van extreme neerslag voor korte neerslagduren. Technical report TR-295, KNMI, De Bilt.

Buishand, T.A., Jilderda, R. en Wijngaard, J.B., 2007. Regionale verschillen in Extreme Neerslag – Een eerste verkenning. In: Definitiestudie “Van neerslag tot schade”, pp. 3 – 12. Ongepubliceerd rapport, STOWA, Utrecht.

Dalrymple, T., 1960. Flood frequency analysis. Water Supply Paper 1543-A, U.S. Geological Survey, Reston, Va.

Diermanse, F., Ogink, H., Dansik, J. van en Goudemans, E., 2005. Neerslagstatistiek, extreem gevoelig? *H<sub>2</sub>O*, **38**, 25 – 27.

Efron, B. and Tibshirani, R.J., 1993. *An Introduction to the Bootstrap*. Chapman & Hall, New York.

Faulkner, D.S. and Jones, D.A., 1999. The FORGEX method of rainfall growth estimation III: examples and confidence intervals. *Hydrology & Earth System Sciences*, **3**, 205-212.

Gellens, D., 2002. Combining regional approach and data extension procedure for assessing GEV distribution of extreme precipitation in Belgium. *Journal of Hydrology*, **268**, 113–126.

Gellens, D., 2003. Etude des précipitations extrêmes: Etablissement des fractiles et des périodes de retour d'événements pluviométriques. Thèse de doctorat, Université Libre de Bruxelles.

Gringorten, I. I., 1963. A plotting rule for extreme probability paper. *Journal of Geophysical Research*, **68** (3), 813 - 814.

Groen, G., 2007. Extreme zomerneerslag 2006 en klimaatscenario's. Publicatie 215, KNMI, De Bilt.

- Heijboer, D. en Nellestijn, J., 2002. *Klimaatatlas van Nederland - De normaalperiode 1971 – 2000*. Elmar, Rijswijk.
- Hoes, O., 2007. Aanpak wateroverlast in polders op basis van risicobeheer. Proefschrift Technische Universiteit Delft.
- Hoes, O., Biesma, J., Stoutjesdijk, K. en Kruiningen, F. van, 2005. Invloed van de zee op de neerslagverdeling en de frequentie van wateroverlast. *H<sub>2</sub>O*, **38**, 32 – 34.
- Hundecha, Y. and Bárdossy, A., 2005. Trends in daily precipitation and temperature extremes across western Germany in the second half of the 20th century. *International Journal of Climatology*, **25**, 1189-1202.
- Jones, D.A., Gurney, R.J. and O’Connell, P.E., 1979. Network design using optimal estimation procedures. *Water Resources Research*, **15** (6), 1801 – 1812.
- Klein Tank, A.M.G. en Sluijter, R.J.C.F., 2003. Nederland is verder opgewarmd. In: Verbeek, J. (Ed.). *De toestand van het klimaat in Nederland 2003*, pp. 7-14. KNMI, De Bilt.
- KNMI, 2006. *Klimaat in de 21e eeuw, ‘vier scenario’s voor Nederland’*. KNMI-brochure, De Bilt.
- Lenderink, G. and Van Meijgaard, E., 2008. Extreme zomerneerslag in Nederland. In: Bessembinder, J. (Ed.), *Extreme klimaatverandering en waterveiligheid in Nederland*, pp. 22-27. Publicatie 221, KNMI, De Bilt.
- Lenderink, G., Van Meijgaard, E. and Selten, F., 2008. Intense coastal rainfall in the Netherlands in response to high sea surface temperatures: analysis of the event of August 2006 from the perspective of a changing climate. *Climate Dynamics*, doi10.1007/s00382-008-0366-x.
- Madsen, H., Mikkelsen, P. S., Rosbjerg, D. and Harremoës, P., 2002. Regional estimation of rainfall intensity-duration-frequency curves using generalized least squares regression of partial duration series statistics. *Water Resources Research*, **38** (11), 1239, doi:10.1029/2001WR001125.
- Overeem, A., Buishand, T.A. and Holleman, I., 2008. Rainfall-depth-duration frequency curves and their uncertainties. *Journal of Hydrology*, **348**, 124 – 134.
- Overeem, A., Buishand, T.A. and Holleman, I., 2009. Extreme rainfall estimation using weather radar. Submitted to *Water Resources Research*.
- Rapp, J. and Schönwiese, C.-D., 1995. *Atlas der Niederschlags- und Temperaturtrends in Deutschland 1891-1990 und 1961-1990*. Frankfurter Geowissenschaftlichen Arbeiten, Serie B, Band 5, J.W. Goethe Universität, Frankfurt am Main, Germany.
- Schmidli, J., Schmutz, C., Frei, C., Wanner, H. and Schär, C., 2002. Mesoscale precipitation variability in the region of the European Alps during the 20th century. *International Journal of Climatology*, **22**, 1049-1074.

Smits, I., Wijngaard J.B., Versteeg R.P. en Kok M., 2004. Statistiek van extreme neerslag in Nederland. Rapport 2004-26, STOWA, Utrecht.

Stedinger, J.R. and Tasker, G.D., 1985. Regional hydrologic analysis, 1, Ordinary, weighted, and generalized least squares compared. *Water Resources Research*, **21** (9), 1421 - 1432. Corrigendum, **22**(5), 844.

Stuart, A. and Ord, J.K., 1987. *Kendall's Advanced Theory of Statistics, Vol. I: Distribution Theory, 5th edition*. Charles Griffin, London.

Weisberg, S., 1985. *Applied Linear Regression, 2nd edition*. Wiley, New York.

Widmann, M. and Schär, C., 1997. A principal component and long-term trend analysis of daily precipitation in Switzerland. *International Journal of Climatology*, **17**, 1333-1356.

Wijngaard, J.B., Klein Tank, A.M.G. and Können, G.P., 2003. Homogeneity of 20th century European daily temperature and precipitation series. *International Journal of Climatology*, **23**, 679-692.

Witter, J.V., 1984. Heterogeneity of Dutch rainfall. Proefschrift Landbouwhogeschool Wageningen.

Zwiers, F.W. and Ross, W.H., 1991. An alternative approach to the extreme value analysis of rainfall data. *Atmosphere-Ocean*, **29**, 437 - 461.



## Appendix 1 – Overzicht van gebruikte neerslagreeksen

<i>No. Locatie</i>	<i>Tijdvak</i>	<i>N.B.</i>	<i>O.L.</i>	<i>Witter</i>
<i>District 1</i>				
010 Hollum		53° 26'	5° 38'	<input checked="" type="checkbox"/>
012 Schiermonnikoog		53° 29'	6° 11'	<input checked="" type="checkbox"/>
016 Petten		52° 46'	4° 39'	<input checked="" type="checkbox"/>
017 Den Burg		53° 03'	4° 48'	<input checked="" type="checkbox"/>
019 De Cocksdorp		53° 10'	4° 52'	<input checked="" type="checkbox"/>
<i>District 2</i>				
064 Sneek		53° 02'	5° 38'	<input type="checkbox"/>
064 Sneek	1 jan 1951 ... 31 mrt 1952			
079 Heeg	1 apr 1952 ... 30 apr 1952			
064 Sneek	1 mei 1952 ... 31 dec 2005			
067 Dokkum		53° 19'	5° 59'	<input checked="" type="checkbox"/>
074 Lemmer (Tacoziyl)		52° 51'	5° 41'	<input checked="" type="checkbox"/>
074 Lemmer (Tacoziyl)	1 jan 1951 ... 31 dec 1995			
359 Lemmer (Gemaal Buma)	1 jan 1996 ... 31 dec 2005			
075 Oldeholtpade		52° 53'	6° 02'	<input checked="" type="checkbox"/>
076 Kornwerderzand		53° 04'	5° 20'	<input checked="" type="checkbox"/>
080 Stavoren		52° 53'	5° 21'	<input checked="" type="checkbox"/>
082 Gorredijk		53° 00'	6° 04'	<input checked="" type="checkbox"/>
084 Ezumazijl		53° 22'	6° 09'	<input checked="" type="checkbox"/>
085 Leeuwarden (VB) <sup>†</sup>		53° 13'	5° 44'	<input checked="" type="checkbox"/>
166 Marum		53° 09'	6° 17'	<input checked="" type="checkbox"/>
326 Frederiksoord		52° 51'	6° 12'	<input type="checkbox"/>
326 Frederiksoord	1 jan 1951 ... 31 mei 1951			
075 Oldeholtpade	1 jun 1951 ... 31 jul 1951			
326 Frederiksoord	1 aug 1951 ... 31 dec 2005			
353 Blokzijl		52° 44'	5° 57'	<input checked="" type="checkbox"/>
<i>District 3</i>				
139 Groningen		53° 11'	6° 35'	<input checked="" type="checkbox"/>
140 Assen		53° 00'	6° 35'	<input checked="" type="checkbox"/>
144 Ter Apel		52° 53'	7° 05'	<input checked="" type="checkbox"/>
144 Ter Apel	1 jan 1951 ... 31 jul 1955			
156 Vlagtwedde	1 aug 1955 ... 31 aug 1955			
144 Ter Apel	1 sep 1955 ... 31 dec 2005			
145 Zoutkamp		53° 20'	6° 17'	<input checked="" type="checkbox"/>
148 Sappemeer		53° 10'	6° 44'	<input checked="" type="checkbox"/>
151 Roodeschool		53° 26'	6° 47'	<input checked="" type="checkbox"/>
153 Winschoten		53° 08'	7° 03'	<input checked="" type="checkbox"/>
154 Eenrum		53° 22'	6° 28'	<input checked="" type="checkbox"/>
154 Eenrum	1 jan 1951 ... 29 feb 1964			
157 Ulrum	1 mrt 1964 ... 31 mrt 1964			
154 Eenrum	1 apr 1964 ... 31 dec 2005			
156 Vlagtwedde		53° 02'	7° 07'	<input checked="" type="checkbox"/>
158 Onnen		53° 09'	6° 39'	<input checked="" type="checkbox"/>
161 Eelde		53° 07'	6° 34'	<input checked="" type="checkbox"/>
162 Niekerk		53° 13'	6° 21'	<input checked="" type="checkbox"/>

<sup>†</sup> Voor het tijdvak 1 juni 1974 tot en met 31 december 1981 zijn de gegevens over de dagelijkse aftappingen grotendeels verloren gegaan en zijn de dagwaarden berekend door sommatie van de uurlijkse hoeveelheden tussen 8 en 8 uur UTC van de pluviograaf. Voor dit onderzoek zijn deze neerslagsommen gecorrigeerd met een factor, zoals vermeld in Buishand en Velds (1980) op pagina 150 (december - februari: 1.14; maart - mei en september - november: 1.10; juni - augustus: 1.06). Deze factoren zijn afgeleid uit gegevens over de dagelijkse aftappingen voor de tijdvakken 1 november 1977 tot en met 31 januari 1978 en 1 maart 1978 tot en met 29 februari 1980, die toch aanwezig bleken in achteraf gevonden lijsten bij de Koninklijke Luchtmacht.

<i>No.</i>	<i>Locatie</i>	<i>Tijdvak</i>	<i>N.B.</i>	<i>O.L.</i>	<i>Witter</i>
<i>District 4</i>					
221	Enkhuizen		52° 43'	5° 17'	<input checked="" type="checkbox"/>
222	Hoorn		52° 39'	5° 03'	<input checked="" type="checkbox"/>
228	Schagen		52° 46'	4° 49'	<input checked="" type="checkbox"/>
230	Zaandijk		52° 29'	4° 49'	<input checked="" type="checkbox"/>
234	Bergen		52° 41'	4° 41'	<input checked="" type="checkbox"/>
235	Castricum		52° 33'	4° 39'	<input checked="" type="checkbox"/>
236	Medemblik (Gemaal Lely)		52° 46'	5° 07'	<input checked="" type="checkbox"/>
238	De Haukes		52° 53'	4° 56'	<input checked="" type="checkbox"/>
239	Den Oever		52° 56'	5° 02'	<input checked="" type="checkbox"/>
240	Kreileroord (Oude Zeug)		52° 52'	5° 06'	<input checked="" type="checkbox"/>
252	Kolhorn (Groetpolder)		52° 47'	4° 54'	<input checked="" type="checkbox"/>
<i>District 5</i>					
246	Marken		52° 28'	5° 06'	<input checked="" type="checkbox"/>
	246 Havenbuurt	1 jan 1951 ... 31 jan 1991			
	256 Moeniswerf	1 feb 1991 ... 31 dec 2005			
346	Kraggenburg (Gemaal Smeenge)		52° 40'	5° 56'	<input checked="" type="checkbox"/>
	346 Kraggenburg (Gemaal Smeenge)	1 jan 1951 ... 31 dec 1995			
	317 Marknesse	1 jan 1996 ... 31 dec 2005			
347	Urk (Gemaal Vissering)		52° 39'	5° 36'	<input checked="" type="checkbox"/>
	347 Urk (Gemaal Vissering)	1 jan 1951 ... 30 jun 1984			
	344 Tollebeek	1 jul 1984 ... 31 dec 2005			
348	Emmeloord		52° 42'	5° 46'	<input checked="" type="checkbox"/>
352	Nagele		52° 37'	5° 43'	<input checked="" type="checkbox"/>
356	Kuinre		52° 47'	5° 51'	<input checked="" type="checkbox"/>
359	Lemmer (Gemaal Buma)		52° 50'	5° 43'	<input checked="" type="checkbox"/>
	359 Lemmer (Gemaal Buma)	1 jan 1951 ... 30 nov 1958			
	074 Lemmer (Tacozijsl)	1 dec 1958 ... 31 dec 1958			
	359 Lemmer (Gemaal Buma)	1 jan 1959 ... 31 dec 2005			
<i>District 6</i>					
327	Dwingeloo		52° 49'	6° 25'	<input type="checkbox"/>
330	Zwolle		52° 32'	6° 08'	<input checked="" type="checkbox"/>
332	Hoogeveen		52° 42'	6° 29'	<input type="checkbox"/>
333	Emmen		52° 47'	6° 53'	<input checked="" type="checkbox"/>
339	Rheezerveen		52° 34'	6° 34'	<input checked="" type="checkbox"/>
341	Zweeloo		52° 48'	6° 44'	<input checked="" type="checkbox"/>
345	Vroomshoop		52° 28'	6° 34'	<input checked="" type="checkbox"/>
354	Dedemsvaart		52° 36'	6° 27'	<input checked="" type="checkbox"/>
664	Almelo		52° 21'	6° 40'	<input checked="" type="checkbox"/>
665	Enschede		52° 12'	6° 55'	<input checked="" type="checkbox"/>
668	Hengelo (Ov)		52° 16'	6° 46'	<input checked="" type="checkbox"/>
670	Twenthe (VB)		52° 16'	6° 55'	<input checked="" type="checkbox"/>
676	Oldenzaal		52° 18'	6° 56'	<input checked="" type="checkbox"/>
	676 Oldenzaal	1 jan 1951 ... 31 dec 1995			
	668 Hengelo (Ov)	1 jan 1996 ... 31 dec 2005			
681	Lettele		52° 16'	6° 16'	<input checked="" type="checkbox"/>
<i>District 7</i>					
225	Overveen		52° 24'	4° 36'	<input checked="" type="checkbox"/>
437	Lijnden		52° 21'	4° 45'	<input checked="" type="checkbox"/>
438	Hoofddorp		52° 17'	4° 40'	<input checked="" type="checkbox"/>
439	Roelofarendsveen		52° 13'	4° 38'	<input checked="" type="checkbox"/>
440	Scheveningen		52° 07'	4° 19'	<input checked="" type="checkbox"/>
441	Amsterdam		52° 22'	4° 55'	<input checked="" type="checkbox"/>
	441 Hortus Botanicus	1 jan 1951 ... 31 dec 1994			
	441 Marinekazerne	1 jan 1995 ... 31 dec 2005			

<i>No. Locatie</i>	<i>Tijdvak</i>	<i>N.B.</i>	<i>O.L.</i>	<i>Witter</i>
<i>District 7</i>				
442 Boskoop		52° 05'	4° 41'	<input checked="" type="checkbox"/>
443 Gouda		52° 00'	4° 44'	<input checked="" type="checkbox"/>
444 Katwijk aan den Rijn		52° 11'	4° 25'	<input checked="" type="checkbox"/>
445 Rotterdam		51° 54'	4° 29'	<input checked="" type="checkbox"/>
445 Westerkade	1 jan 1951 ... 29 feb 1988			
473 Waalhaven	1 mrt 1988 ... 10 mrt 1988			
445 Westerkade	11 mrt 1988 ... 31 mrt 1988			
473 Waalhaven	1 apr 1988 ... 31 dec 2005			
449 Delft		52° 01'	4° 22'	<input checked="" type="checkbox"/>
449 Delft	1 jan 1951 ... 31 jan 1951			
453 Bergschenhoek	1 feb 1951 ... 28 feb 1951			
449 Delft	1 mrt 1951 ... 31 dec 2005			
450 Numansdorp		51° 44'	4° 25'	<input checked="" type="checkbox"/>
453 Bergschenhoek		51° 59'	4° 30'	<input checked="" type="checkbox"/>
454 Lisse		52° 16'	4° 33'	<input checked="" type="checkbox"/>
455 Strijen		51° 46'	4° 35'	<input checked="" type="checkbox"/>
455 Mookhoek	1 jan 1951 ... 31 jan 1953			
450 Numansdorp	1 feb 1953 ... 28 feb 1953			
455 Mookhoek	1 mrt 1953 ... 15 okt 1986			
455 Strijen	16 okt 1986 ... 31 dec 2005			
456 Oostvoorne		51° 54'	4° 05'	<input checked="" type="checkbox"/>
458 Aalsmeer		52° 16'	4° 46'	<input checked="" type="checkbox"/>
466 Wassenaar		52° 09'	4° 24'	<input checked="" type="checkbox"/>
466 Wassenaar	1 jan 1951 ... 13 apr 2004			
481 Voorschoten	14 apr 2004 ... 31 dec 2005			
467 Poortugaal		51° 51'	4° 24'	<input checked="" type="checkbox"/>
467 Poortugaal	1 jan 1951 ... 31 mei 1951			
451 IJsselmonde	1 jun 1951 ... 31 jul 1951			
467 Poortugaal	1 aug 1951 ... 31 dec 2005			
469 Leiden		52° 08'	4° 29'	<input checked="" type="checkbox"/>
<i>District 8</i>				
329 Wapenveld		52° 26'	6° 05'	<input checked="" type="checkbox"/>
541 Arnhem		52° 00'	5° 56'	<input checked="" type="checkbox"/>
543 Apeldoorn		52° 14'	5° 58'	<input checked="" type="checkbox"/>
547 Nijkerk		52° 14'	5° 29'	<input checked="" type="checkbox"/>
547 Nijkerk	1 jan 1951 ... 10 feb 1955			
558 Lunteren	11 feb 1955 ... 28 feb 1955			
547 Nijkerk	1 mrt 1955 ... 31 dec 2005			
550 De Bilt		52° 06'	5° 11'	<input checked="" type="checkbox"/>
556 Bussum		52° 16'	5° 10'	<input checked="" type="checkbox"/>
556 Bussum	1 jan 1951 ... 31 dec 1994			
593 Laren	1 jan 1995 ... 31 dec 2005			
558 Lunteren		52° 05'	5° 36'	<input checked="" type="checkbox"/>
564 Hulshorst		52° 21'	5° 42'	<input checked="" type="checkbox"/>
571 Harskamp		52° 09'	5° 44'	<input checked="" type="checkbox"/>
571 Harskamp	1 jan 1951 ... 20 feb 1955			
558 Lunteren	21 feb 1955 ... 28 feb 1955			
571 Harskamp	1 mrt 1955 ... 30 nov 1955			
558 Lunteren	1 dec 1955 ... 31 dec 1955			
571 Harskamp	1 jan 1956 ... 31 dec 2005			
573 Beekbergen		52° 10'	5° 58'	<input checked="" type="checkbox"/>
578 Oosterbeek		52° 01'	5° 50'	<input checked="" type="checkbox"/>
579 Veenendaal		52° 02'	5° 36'	<input checked="" type="checkbox"/>
586 Hilversum		52° 13'	5° 09'	<input checked="" type="checkbox"/>
586 Hilversum	1 jan 1951 ... 10 mei 1986			
593 Laren	11 mei 1986 ... 31 dec 2005			

<i>No. Locatie</i>	<i>Tijdvak</i>	<i>N.B.</i>	<i>O.L.</i>	<i>Witter</i>
<i>District 9</i>				
666 Winterswijk		51° 58'	6° 41'	<input checked="" type="checkbox"/>
667 Doetinchem		51° 59'	6° 18'	<input checked="" type="checkbox"/>
669 Borculo		52° 06'	6° 32'	<input checked="" type="checkbox"/>
673 Gendringen		51° 52'	6° 22'	<input checked="" type="checkbox"/>
674 Rekken		52° 05'	6° 43'	<input checked="" type="checkbox"/>
677 Deventer		52° 16'	6° 10'	<input checked="" type="checkbox"/>
677 Deventer	1 jan 1951 ... 30 nov 1952			
681 Lettele	1 dec 1952 ... 31 dec 1952			
677 Deventer	1 jan 1953 ... 31 dec 2005			
678 Almen		52° 10'	6° 19'	<input checked="" type="checkbox"/>
<i>District 10</i>				
434 Groot-Ammers		51° 56'	4° 50'	<input checked="" type="checkbox"/>
434 Groot-Ammers	1 jan 1951 ... 31 dec 1952			
465 Oud-Alblas	1 jan 1953 ... 31 jan 1953			
434 Groot-Ammers	1 feb 1953 ... 31 dec 2005			
459 Dordrecht		51° 49'	4° 41'	<input checked="" type="checkbox"/>
459 Dordrecht	1 jan 1951 ... 27 apr 2004			
482 Hendrik-Ido-Ambacht	28 apr 2004 ... 31 dec 2005			
539 Nijmegen		51° 51'	5° 53'	<input checked="" type="checkbox"/>
562 Tiel		51° 56'	5° 27'	<input checked="" type="checkbox"/>
584 Geldermalsen		51° 52'	5° 16'	<input checked="" type="checkbox"/>
830 Herwijnen		51° 50'	5° 08'	<input checked="" type="checkbox"/>
835 Andel		51° 47'	5° 03'	<input checked="" type="checkbox"/>
840 Nieuwendijk		51° 46'	4° 56'	<input checked="" type="checkbox"/>
<i>District 11</i>				
462 Dirksland		51° 45'	4° 05'	<input checked="" type="checkbox"/>
471 Ouddorp		51° 49'	3° 53'	<input checked="" type="checkbox"/>
471 Ouddorp	1 jan 1951 ... 31 jan 1953			
464 Brielle	1 feb 1953 ... 28 feb 1953			
471 Ouddorp	1 mrt 1953 ... 31 dec 2005			
733 Vlissingen		51° 28'	3° 37'	<input checked="" type="checkbox"/>
733 Vlissingen	1 jan 1951 ... 31 dec 1994			
733 Ritthem	1 jan 1995 ... 31 dec 2005			
740 Sint Kruis		51° 16'	3° 30'	<input checked="" type="checkbox"/>
741 Stavenisse		51° 35'	4° 01'	<input checked="" type="checkbox"/>
741 Stavenisse	1 jan 1951 ... 31 jan 1953			
759 Sint Annaland	1 feb 1953 ... 31 aug 1953			
741 Stavenisse	1 sep 1953 ... 31 dec 2005			
742 Terneuzen		51° 18'	3° 52'	<input checked="" type="checkbox"/>
745 Axel		51° 17'	3° 55'	<input checked="" type="checkbox"/>
745 Axel	1 jan 1951 ... 31 dec 1995			
770 Westdorpe	1 jan 1996 ... 31 dec 2005			
747 Krabbendijke		51° 26'	4° 06'	<input checked="" type="checkbox"/>
747 Krabbendijke	1 jan 1951 ... 5 feb 1953			
735 Kapelle	6 feb 1953 ... 28 feb 1953			
747 Krabbendijke	1 mrt 1953 ... 31 dec 2005			
751 Vrouwenpolder		51° 35'	3° 35'	<input checked="" type="checkbox"/>
752 Haamstede		51° 41'	3° 43'	<input checked="" type="checkbox"/>
752 Haamstede	1 jan 1951 ... 31 jan 1953			
751 Vrouwenpolder	1 feb 1953 ... 28 feb 1953			
752 Haamstede	1 mrt 1953 ... 31 dec 2005			
756 Middelburg		51° 29'	3° 36'	<input checked="" type="checkbox"/>
760 's-Heerenhoek		51° 28'	3° 46'	<input checked="" type="checkbox"/>
763 Cadzand		51° 22'	3° 24'	<input checked="" type="checkbox"/>

<i>No.</i>	<i>Locatie</i>	<i>Tijdvak</i>	<i>N.B.</i>	<i>O.L.</i>	<i>Witter</i>
<i>District 12</i>					
828	Oudenbosch		51° 35'	4° 32'	<input checked="" type="checkbox"/>
832	Bergen op Zoom		51° 30'	4° 15'	<input checked="" type="checkbox"/>
833	Oosterhout		51° 38'	4° 53'	<input checked="" type="checkbox"/>
834	Chaaam		51° 30'	4° 52'	<input checked="" type="checkbox"/>
838	Ginneken		51° 33'	4° 45'	<input checked="" type="checkbox"/>
839	Hoogerheide		51° 26'	4° 19'	<input checked="" type="checkbox"/>
<i>District 13</i>					
827	Tilburg		51° 34'	5° 08'	<input checked="" type="checkbox"/>
843	Gilze-Rijen (VB)		51° 33'	4° 56'	<input checked="" type="checkbox"/>
844	Capelle		51° 41'	4° 59'	<input checked="" type="checkbox"/>
	833 Oosterhout	1 jan 1951 ... 28 feb 1951			
	844 Capelle	1 mrt 1951 ... 31 dec 2005			
896	Helmond		51° 28'	5° 36'	<input checked="" type="checkbox"/>
899	Gemert		51° 33'	5° 41'	<input checked="" type="checkbox"/>
901	Nuland		51° 43'	5° 25'	<input checked="" type="checkbox"/>
902	Eindhoven		51° 25'	5° 29'	<input checked="" type="checkbox"/>
903	Megen		51° 49'	5° 34'	<input checked="" type="checkbox"/>
	903 Megen	1 jan 1951 ... 31 jan 1960			
	914 Oss	1 feb 1960 ... 29 feb 1960			
	903 Megen	1 mrt 1960 ... 31 dec 2005			
908	Deurne		51° 27'	5° 46'	<input checked="" type="checkbox"/>
	908 Deurne	1 jan 1951 ... 30 jun 1969			
	896 Helmond	1 jul 1969 ... 31 jul 1969			
	908 Deurne	1 aug 1969 ... 31 dec 2005			
911	Dinther		51° 39'	5° 29'	<input checked="" type="checkbox"/>
912	Leende		51° 20'	5° 32'	<input checked="" type="checkbox"/>
915	Eersel		51° 21'	5° 15'	<input checked="" type="checkbox"/>
<i>District 14</i>					
913	Ysselsteyn		51° 29'	5° 53'	<input type="checkbox"/>
961	Roermond		51° 11'	5° 58'	<input type="checkbox"/>
	961 Roermond	1 jan 1951 ... 28 feb 1971			
	974 Buchten	1 mrt 1971 ... 31 mrt 1971			
	961 Roermond	1 apr 1971 ... 31 okt 1971			
	974 Buchten	1 nov 1971 ... 30 nov 1971			
	961 Roermond	1 dec 1971 ... 31 dec 2005			
964	Weert		51° 15'	5° 42'	<input type="checkbox"/>
967	Heibloem		51° 18'	5° 54'	<input type="checkbox"/>
970	Stramproy		51° 11'	5° 43'	<input checked="" type="checkbox"/>
<i>District 15</i>					
963	Valkenburg		50° 51'	5° 50'	<input type="checkbox"/>
965	Schaesberg		50° 54'	6° 01'	<input type="checkbox"/>
968	Vaals		50° 47'	6° 00'	<input checked="" type="checkbox"/>
969	Stein		50° 58'	5° 45'	<input type="checkbox"/>
	969 Stein	1 jan 1951 ... 31 jan 1970			
	974 Buchten	1 feb 1970 ... 28 feb 1970			
	969 Stein	1 mrt 1970 ... 31 dec 2005			
971	Noorbeek		50° 46'	5° 49'	<input type="checkbox"/>
	971 Noorbeek	1 jan 1951 ... 30 sep 1957			
	975 Epen	1 okt 1957 ... 31 dec 1957			
	971 Noorbeek	1 jan 1958 ... 31 dec 2005			
973	Beek (Vliegveld Zuid-Limburg)		50° 56'	5° 49'	<input checked="" type="checkbox"/>
974	Buchten		51° 03'	5° 48'	<input checked="" type="checkbox"/>

<i>No. Locatie</i>	<i>Tijdvak</i>	<i>N.B.</i>	<i>O.L.</i>	<i>Witter</i>
<i>District 15</i>				
980 Epen		50° 46'	5° 54'	□
971 Noorbeek	1 jan 1951 ... 30 jun 1951			
975 Epen	1 jul 1951 ... 31 jul 1980			
980 Epen (Diependal)	1 aug 1980 ... 31 dec 2005			

## Appendix 2 – Toepassing van de bootstrap bij neerslagmaxima

De bootstrap is een simulatie methode om de nauwkeurigheid van parameterschattingen te bepalen. Het boek van Efron en Tibshirani (1993) geeft een uitgebreide inleiding tot deze methode. Bij de standaard bootstrap wordt een nieuwe reeks gegenereerd door willekeurig uit de bestaande reeks getallen te trekken met teruglegging. Voor de bepaling van de standaardafwijking van  $\hat{\xi}_{rel}$  is een uitbreiding van deze methode nodig omdat  $\hat{\xi}_{rel}$  is afgeleid uit gecorreleerde jaarmaxima voor verschillende duren op verschillende stations. In plaats van de jaarmaxima at random met teruglegging te trekken, worden de jaartallen in het tijdvak 1951 – 2005 at random met teruglegging getrokken. Dit idee is veelvuldig toegepast bij neerslagextremen, zie bijvoorbeeld Zwiers en Ross (1991), Buishand (1993) en Faulkner en Jones (1999).

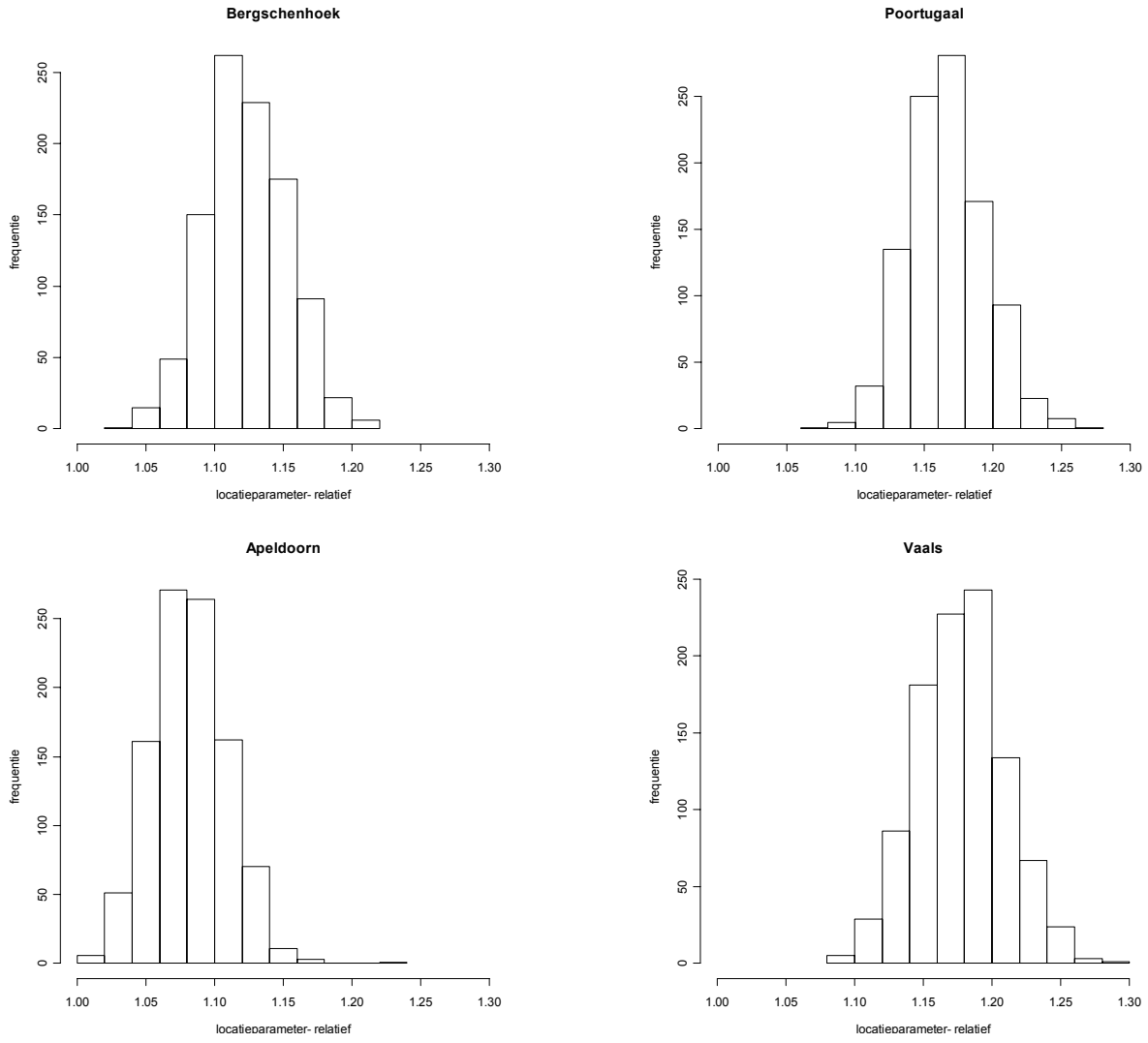
De historische reeksen hebben betrekking op een tijdvak van  $N = 55$  jaren. We trekken nu willekeurig  $N$  jaartallen uit dit tijdvak met teruglegging:  $j_1, j_2, \dots, j_N$ . Bijvoorbeeld  $j_1 = 1957$ ,  $j_2 = 2000$ ,  $\dots, j_N = 1983$ . Een gevolg van dit trekkingsproces is dat sommige jaren uit het historische tijdvak niet voorkomen in de reeks  $j_1, j_2, \dots, j_N$ , terwijl andere jaren meer dan eenmaal getrokken worden. Een “bootstrap sample” wordt nu gevormd door de jaarmaxima voor de vijf verschillende duren op de 141 stations in de opeenvolgende jaren  $j_1, j_2, \dots, j_N$ . Voor dit bootstrap sample worden de GEV parameters op dezelfde manier geschat als voor de oorspronkelijke reeks. Dit levert een nieuwe waarde van de relatieve locatieparameter  $\hat{\xi}_{rel}^*$  op voor elk van de 141 stations.

Bovenstaand proces wordt een groot aantal malen  $B$  herhaald. Dit levert voor elk station  $B$  verschillende schattingen voor de relatieve locatieparameter op. Voor een bepaald station duiden we deze schattingen aan als  $\hat{\xi}_{rel,1}^*, \hat{\xi}_{rel,2}^*, \dots, \hat{\xi}_{rel,B}^*$ . Laat  $\bar{\xi}_{rel,\bullet}^*$  het gemiddelde zijn van deze schattingen, dan wordt de steekproefvariantie gegeven door:

$$VAR = \sum_{b=1}^B \left( \hat{\xi}_{rel,b}^* - \bar{\xi}_{rel,\bullet}^* \right)^2 / (B-1) \quad (A2.1)$$

De standaardafwijking in tabel 2 is de vierkantswortel van deze grootheid. In deze tabel is  $B = 1000$ . Om de standaardafwijkingen van het gemiddelde van  $\hat{\xi}_{rel}$  van twee of drie stations in tabel 2 te krijgen, wordt vergelijking (A2.1) toegepast met het overeenkomstige gemiddelde van de bootstrapschattingen.

Figuur A2.1 geeft voor een viertal stations een histogram van de bootstrapschattingen  $\hat{\xi}_{rel,b}^*$ . Deze zijn steeds groter dan 1, hetgeen erop duidt dat de locatieparameter van deze stations significant hoger is dan het landgemiddelde van deze parameter. Bij Poortugaal liggen vrijwel alle bootstrapschattingen boven de waarde 1.06 die uit de relatieve verschillen van de jaargemiddelden volgt (zie tabel 2), terwijl bij Apeldoorn vrijwel alle bootstrapschattingen onder de waarde 1.14 uit de jaargemiddelden liggen.



**Figuur A2.1** Histogram van  $B = 1000$  bootstrapschattingen  $\hat{\zeta}_{rel}^{w*}$  van de relatieve locatieparameter.



### Appendix 3 – Bepaling van de ruimtelijke correlatie in geschatte GEV parameters

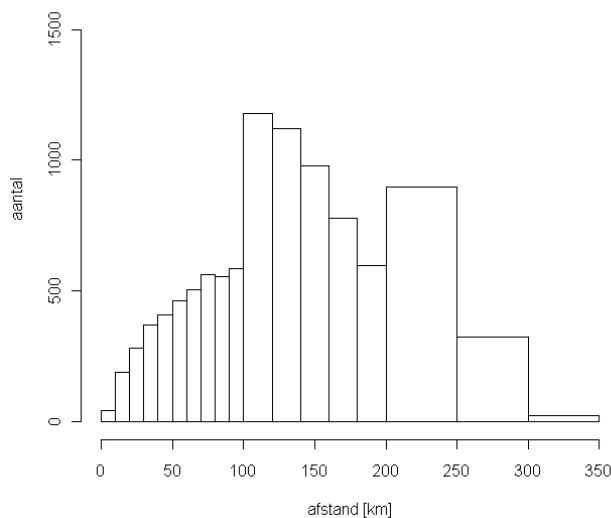
Voor elk station hebben we uit de bootstrap samples in appendix 2  $B = 1000$  nieuwe schattingen  $\hat{\theta}_{i1}^*, \hat{\theta}_{i2}^*, \dots, \hat{\theta}_{iB}^*$  van de GEV parameter  $\theta_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ). Hieruit kan de ruimtelijke correlatie tussen  $\hat{\theta}_i$  en  $\hat{\theta}_j$  voor alle stationsparen geschat worden als:

$$r_{ij} = \frac{\sum_{b=1}^B (\hat{\theta}_{ib}^* - \bar{\theta}_{i.}^*) \cdot (\hat{\theta}_{jb}^* - \bar{\theta}_{j.}^*)}{\sqrt{\sum_{b=1}^B (\hat{\theta}_{ib}^* - \bar{\theta}_{i.}^*)^2} \sqrt{\sum_{b=1}^B (\hat{\theta}_{jb}^* - \bar{\theta}_{j.}^*)^2}} \quad (\text{A3.1})$$

met  $\bar{\theta}_{i.}^*$ ,  $\bar{\theta}_{j.}^*$  de bootstrapgemiddelden van de GEV parameter op station  $i$  en  $j$ .

Uit 141 stations zijn 9870 paren te vormen en zodoende zijn er voor de locatieparameter en de dispersiecoëfficiënt even zo vele correlatiecoëfficiënten te berekenen. De uitkomsten voor de dispersiecoëfficiënt en locatieparameter bij een duur van 1 dag en 9 dagen zijn weergegeven in de puntenwolken van figuur 11 en figuur 12. Vooral op enige afstand laten deze een behoorlijke spreiding in de correlatie zien bij vergelijkbare afstanden. Voor het toetsen op regionale verschillen in de GEV parameters is dit niet toelaatbaar. De  $\chi^2$ -verdeling bij deze toetsen gaat ervan uit, dat de covariantiematrix  $\mathbf{C}$  gegeven is. Eventueel mag  $\mathbf{C}$  door een geschatte covariantiematrix vervangen worden mits de variantie van de elementen klein is. Om dit te bereiken maken we gebruik van een relatie tussen de correlatie en de afstand.

Voor het verkrijgen van enige ordening zijn de uitkomsten over een aantal klassen naar onderlinge afstand tussen de stations verdeeld. Hiertoe is de eerste 100 km opgedeeld in klassen met een breedte van 10 km, is tussen 100 en 200 km een breedte van 20 km aangehouden en daarna een breedte van 50 km. Een verdeling naar aantallen over deze klassen is weergegeven in figuur A3.1. Per klasse is het rekenkundig gemiddelde van de correlatiecoëfficiënten bepaald (weergegeven als rode punten in figuur 11 en figuur 12). Deze punten laten een afnemende relatie met de afstand zien. Deze relatie is met (7) beschreven. De parameters  $\alpha$  en  $h_0$  zijn daarin zodanig gekozen dat de vergelijking zo goed mogelijk bij de  $r_{ij}$ 's aansluit. Een punt van aandacht daarbij is dat de standaardafwijking van  $r_{ij}$  relatief klein is bij een sterke



**Figuur A3.1** Aantallen correlatiecoëfficiënten naar afstandsklasse

correlatie en relatief groot bij weinig of geen correlatie. Deze afhankelijkheid van de standaardafwijking van  $r_{ij}$  kunnen we kwijtraken met behulp van Fisher's  $z$ -transformatie (Stuart and Ord, 1987):

$$z_{ij} = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1+r_{ij}}{1-r_{ij}} \right) \quad (\text{A3.2})$$

De standaardafwijking van  $z_{ij}$  hangt vrijwel niet van de werkelijke correlatiecoëfficiënt  $\rho_{ij}$  af. In plaats van (7) aan te passen op de  $r_{ij}$ 's passen we deze, in navolging van Jones e.a. (1979), aan op de  $z_{ij}$ 's. Dit gaat als volgt.

Volgens vergelijking (7) is de  $z$ -getransformeerde van de werkelijke correlatiecoëfficiënt  $\rho_{ij}$  gelijk aan:

$$\zeta_{ij} = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1 + \exp \left[ - \left( h_{ij} / h_0 \right)^\alpha \right]}{1 - \exp \left[ - \left( h_{ij} / h_0 \right)^\alpha \right]} \right) \quad (\text{A3.3})$$

met  $h_{ij}$  de afstand tussen station  $i$  en station  $j$ . Voor een gegeven  $h_0$  en  $\alpha$  definiëren we de som van de kwadratische afwijkingen tussen  $z_{ij}$  en  $\zeta_{ij}$  als:

$$q = \sum_{i=2}^m \sum_{j=1}^{i-1} (z_{ij} - \zeta_{ij})^2, \text{ met } m \text{ het aantal stations } (m = 141) \quad (\text{A3.4})$$

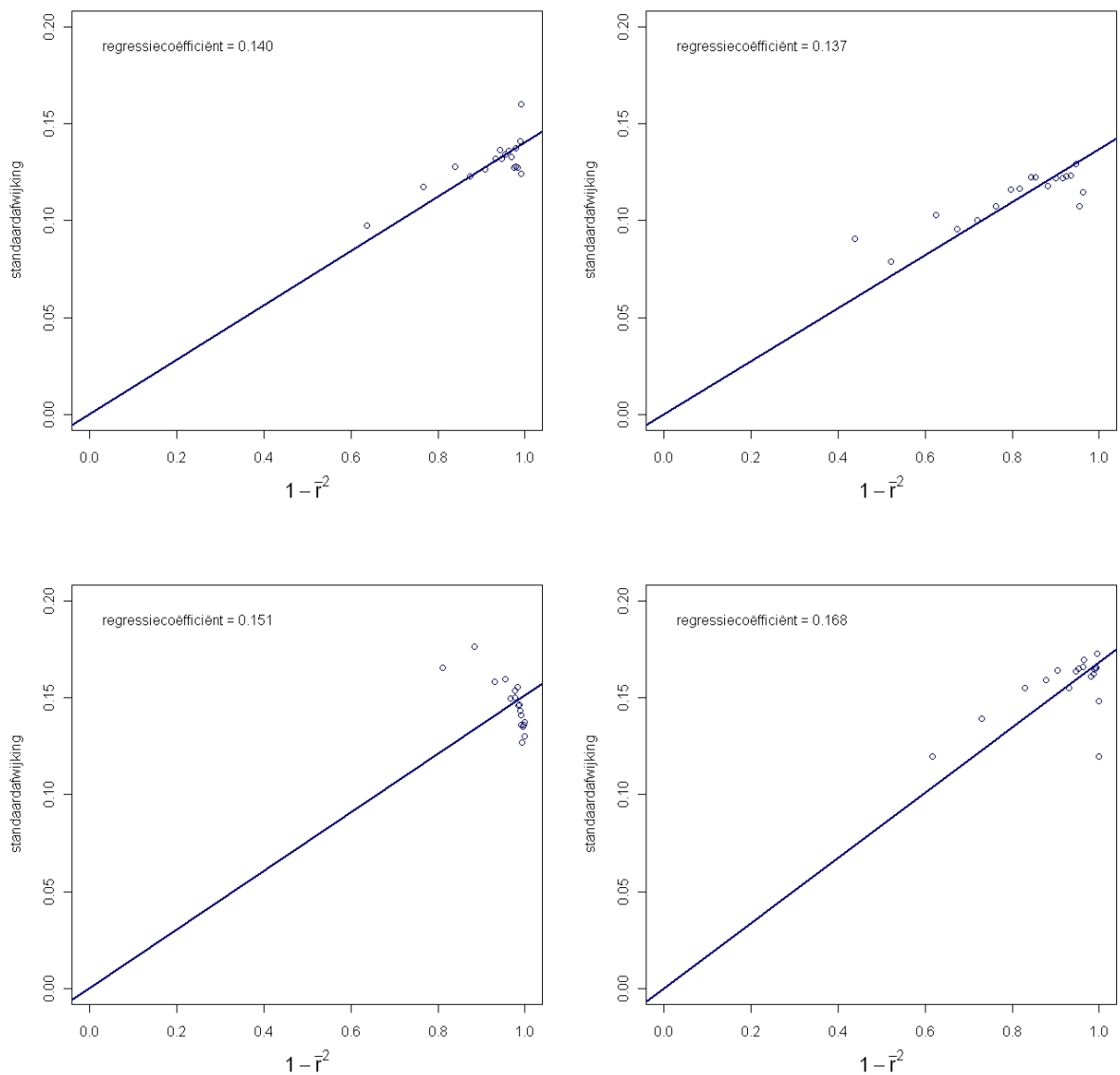
De optimale waarden van  $\alpha$  en  $h_0$  zijn die waarvoor  $q$  minimaal is.

De  $z$ -transformatie is gebaseerd op multivariaat normaal verdeelde data. Voor de hier gebruikte toepassing is het echter voldoende dat de standaardafwijking van  $r$  ongeveer evenredig is aan  $1 - \rho^2$ , waarbij  $\rho$  de werkelijke correlatiecoëfficiënt is. Dit kan ruwweg geverifieerd worden door de variantie van  $r$  per afstandsklasse te schatten als

$$s_r^2 = \frac{1}{M-1} \sum_{k=1}^M (r_k - \bar{r})^2 \quad (\text{A3.5})$$

met  $r_k$  de correlatiecoëfficiënt voor het  $k$ de stationspaar binnen de afstandsklasse,  $\bar{r}$  de gemiddelde correlatiecoëfficiënt voor de afstandsklasse, en  $M$  het aantal stationsparen.

In figuur A3.2 is voor een aantal gevallen de standaardafwijking  $s_r$  tegen  $1 - \bar{r}^2$  uitgezet. Voor de locatieparameter blijkt de standaardafwijking redelijk tot goed aan de verwachte evenredigheid te voldoen. De evenredigheidsfactor bedraagt zowel bij een duur van 1 dag als 9 dagen 0.14. Voor de dispersiecoëfficiënt is de evenredigheidsfactor enigszins afhankelijk van de duur (0.15 bij 1 dag en 0.17 bij 9 dagen). Bij een duur van 9 dagen beantwoordt de getrokken lijn nog redelijk aan de verwachte evenredigheid, maar bij een duur van 1 dag lijkt de evenredigheid afwezig. Hierbij moet aangetekend worden, dat de correlatie in alle klassen bij  $D = 1$  dag erg laag is, waardoor het traject waarover de standaardafwijking varieert erg kort is en er eigenlijk geen noodzaak is voor een  $z$ -transformatie. Bij lage correlatie geldt dat  $z_{ij} \approx r_{ij}$ , waardoor het optimaliseren van  $\alpha$  en  $h_0$  op basis van de  $z$ -getransformeerden vrijwel identiek is aan dat op basis van de correlatiecoëfficiënten zelf.



**Figuur A3.2** Relatie tussen de standaardafwijking  $s_r$ , volgens vergelijking (A3.5) en  $1 - \bar{r}^2$  met  $\bar{r}$  de gemiddelde correlatiecoëfficiënt per afstandsklasse voor de locatieparameter bij een duur van 1 dag (linksboven) en bij een duur van 9 dagen (rechtsboven) en voor de dispersiecoëfficiënt bij een duur van 1 dag (linksonder) en bij een duur van 9 dagen (rechtsonder). De regressielijn loopt gedwongen door de oorsprong ( $1 - \bar{r}^2 = 0$ ,  $s_r = 0$ ) van de grafiek.



## Appendix 4 – Nadere bijzonderheden over toetsen op ruimtelijke verschillen

In paragraaf 6.1 werden drie toetsingsgrootheden  $T_1$ ,  $T_2$  en  $T_3$  geïntroduceerd. In deze appendix worden alternatieve uitdrukkingen voor deze toetsingsgrootheden gegeven. Deze alternatieve uitdrukkingen komen overeen met de formules voor  $T_1$ ,  $T_2$  en  $T_3$  in het proefschrift van Witter (1984). Daarnaast worden in deze appendix de formules voor  $\bar{\theta}_w$  in vergelijking (10) en  $\hat{\theta}_{\text{reg}}$  in vergelijking (13) gegeven. Tot slot wordt de transformatie naar “ongecorreleerde” residuen  $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_m$  besproken.

We kunnen vergelijking (10) uitschrijven als:

$$T_1 = \hat{\theta}^T \mathbf{C}^{-1} \hat{\theta} - \bar{\theta}_w \hat{\theta}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{s} - \bar{\theta}_w \mathbf{s}^T \mathbf{C}^{-1} \hat{\theta} + \bar{\theta}_w^2 \mathbf{s}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{s} \quad (\text{A4.1})$$

De generaliseerde kleinste kwadraten schatter  $\bar{\theta}_w$  in deze vergelijking wordt gegeven door:

$$\bar{\theta}_w = \frac{\mathbf{s}^T \mathbf{C}^{-1} \hat{\theta}}{\mathbf{s}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{s}} \quad (\text{A4.2})$$

$\bar{\theta}_w$  is een gewogen gemiddelde van de elementen  $\hat{\theta}_i$  van  $\hat{\theta}$ ; het gewicht van  $\hat{\theta}_i$  is het quotiënt van de som van de elementen in de  $i$ de kolom van  $\mathbf{C}^{-1}$  en de som van alle elementen van  $\mathbf{C}^{-1}$ . Vergelijking (A4.2) volgt eenvoudig uit de algemene uitdrukking voor de generaliseerde kleinste kwadraten schatter van de regressiecoëfficiënten in het lineaire regressiemodel (zie hieronder).

Doordat  $\hat{\theta}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{s} = \mathbf{s}^T \mathbf{C}^{-1} \hat{\theta} = \bar{\theta}_w \mathbf{s}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{s}$  gaat (A4.1) over in:

$$T_1 = \hat{\theta}^T \mathbf{C}^{-1} \hat{\theta} - \bar{\theta}_w \mathbf{s}^T \mathbf{C}^{-1} \hat{\theta} = \hat{\theta}^T \mathbf{C}^{-1} \hat{\theta} - \frac{(\mathbf{s}^T \mathbf{C}^{-1} \hat{\theta})^2}{\mathbf{s}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{s}} \quad (\text{A4.3})$$

Dit is vergelijking (2.41) op pagina 34 van Witter (1984).

De regressierelaties (11) en (12) kunnen we in vector notatie weergeven als:

$$\boldsymbol{\theta} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \quad (\text{A4.4})$$

waarbij:

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_m \end{pmatrix}, \boldsymbol{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_K \end{pmatrix} \text{ en } \mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1K} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mK} \end{pmatrix} \quad (\text{A4.5})$$

Bij de regressie op de jaargemiddelde neerslag, vergelijking (11), is  $\mathbf{X}$  een matrix met 2 kolommen ( $K = 2$ ), waarbij de eerste kolom uit  $m$  enen bestaat ( $x_{i1} = 1$ ) en de tweede kolom de jaargemiddelde neerslag geeft op de  $m$  stations ( $x_{i2} = N_i$ ). In het regressiemodel (12) dat verschillen tussen deelgebieden in Nederland weergeeft, is het aantal kolommen van  $\mathbf{X}$  gelijk aan het aantal deelgebieden. Elke kolom bevat slechts enen en nullen ( $x_{ik} = e_{ki}$ ).

De generaliseerde kleinste kwadraten schatter van  $\boldsymbol{\beta}$  wordt gegeven door (Weisberg, 1985):

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\text{reg}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{C}^{-1} \hat{\boldsymbol{\theta}} \quad (\text{A4.6})$$

en de vector  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\text{reg}}$  in vergelijking (13) volgt dan als:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\text{reg}} = \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\text{reg}} \quad (\text{A4.7})$$

Merk op dat (A4.6) overgaat in (A4.2) en  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\text{reg}} = \bar{\boldsymbol{\theta}}_w \mathbf{s}$  als  $\mathbf{X}$  slechts uit één kolom met  $m$  enen bestaat ( $\mathbf{X} = \mathbf{s}$ ).

Substitutie van (A4.7) in (13) en uitschrijven geeft:

$$T_2 = \hat{\boldsymbol{\theta}}^T \mathbf{C}^{-1} \hat{\boldsymbol{\theta}} - \hat{\boldsymbol{\theta}}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}}_{\text{reg}} - \hat{\boldsymbol{\beta}}_{\text{reg}}^T \mathbf{X}^T \mathbf{C}^{-1} \hat{\boldsymbol{\theta}} + \hat{\boldsymbol{\beta}}_{\text{reg}}^T \mathbf{X}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}}_{\text{reg}} \quad (\text{A4.8})$$

Evenals in vergelijking (A4.1) zijn de tweede, derde en vierde term in het rechter lid van (A4.8) gelijk aan elkaar, zodat we krijgen:

$$T_2 = \hat{\boldsymbol{\theta}}^T \mathbf{C}^{-1} \hat{\boldsymbol{\theta}} - \hat{\boldsymbol{\beta}}_{\text{reg}}^T \mathbf{X}^T \mathbf{C}^{-1} \hat{\boldsymbol{\theta}} \quad (\text{A4.9})$$

Deze vergelijking komt overeen met vergelijking (2.42) op pagina 34 van Witter (1984).

Uit (A4.3) en (A4.9) volgt nu voor de grootheid  $T_3$ :

$$T_3 = \hat{\boldsymbol{\beta}}_{\text{reg}}^T \mathbf{X}^T \mathbf{C}^{-1} \hat{\boldsymbol{\theta}} - \bar{\boldsymbol{\theta}}_w^T \mathbf{s}^T \mathbf{C}^{-1} \hat{\boldsymbol{\theta}} \quad (\text{A4.10})$$

In vergelijking (2.44) op pagina 34 van Witter (1984) wordt de eerste term in het rechter lid van (A4.10) weergegeven als  $\hat{z}_{D_2}^2$  en de tweede term als  $\hat{z}_D^2$ . Voor de geldigheid van de  $\chi^2$ -verdeling (met  $K - 1$  vrijheidsgraden) is het nodig dat de vector  $\mathbf{s}$  één van de kolommen van  $\mathbf{X}$  is, zoals bij de regressie op de jaargemiddelde neerslag, of een lineaire combinatie is van de kolommen van  $\mathbf{X}$ , zoals bij het model voor de verschillen tussen deelgebieden. In het laatste geval is  $\mathbf{s}$  gelijk aan de som van de kolommen van  $\mathbf{X}$  vanwege  $e_{1i} + e_{2i} + \dots + e_{Ki} = 1$  voor alle  $i$ .

De matrix  $\mathbf{C}^{-1}$  kunnen we schrijven als het product van twee driehoeksmatrices (Choleski splitsing):

$$\mathbf{C}^{-1} = \mathbf{D}^T \mathbf{D} \quad (\text{A4.11})$$

Hierin is  $\mathbf{D}$  een matrix waarvan de elementen onder de hoofddiagonaal gelijk zijn aan nul (bovendriehoeksmatrix). Bij de getransponeerde  $\mathbf{D}^T$  zijn juist de elementen boven de hoofddiagonaal gelijk aan nul (onderdriehoeksmatrix).

De vector  $\boldsymbol{\eta} = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_m)^T$  van getransformeerde residuen in paragraaf 6.2 wordt gegeven door:

$$\boldsymbol{\eta} = \mathbf{D}(\hat{\boldsymbol{\theta}} - \bar{\boldsymbol{\theta}}_w \mathbf{s}) \quad (\text{A4.12})$$

Vergelijking (10) kan dan worden geschreven als:

$$T_1 = (\hat{\boldsymbol{\theta}} - \bar{\boldsymbol{\theta}}_w \mathbf{s})^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} (\hat{\boldsymbol{\theta}} - \bar{\boldsymbol{\theta}}_w \mathbf{s}) = \boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\eta} = \sum_{i=1}^m \eta_i^2 \quad (\text{A4.13})$$

Voor de verschillen tussen de geschatte waarden van  $\theta$  in de vector  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  en de werkelijke waarde van  $\theta$  onder de nulhypothese, definiëren we analoog aan (A4.12) de volgende transformatie:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{D}(\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}) \quad (\text{A4.14})$$

Voor de covariantiematrix van de vector  $\boldsymbol{\varepsilon}$  geldt (Weisberg, 1985):

$$\text{cov}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \text{cov}(\mathbf{D}\hat{\boldsymbol{\theta}}) = \mathbf{D} \text{cov}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \mathbf{D}^T = \mathbf{D} \mathbf{C} \mathbf{D}^T \quad (\text{A4.15})$$

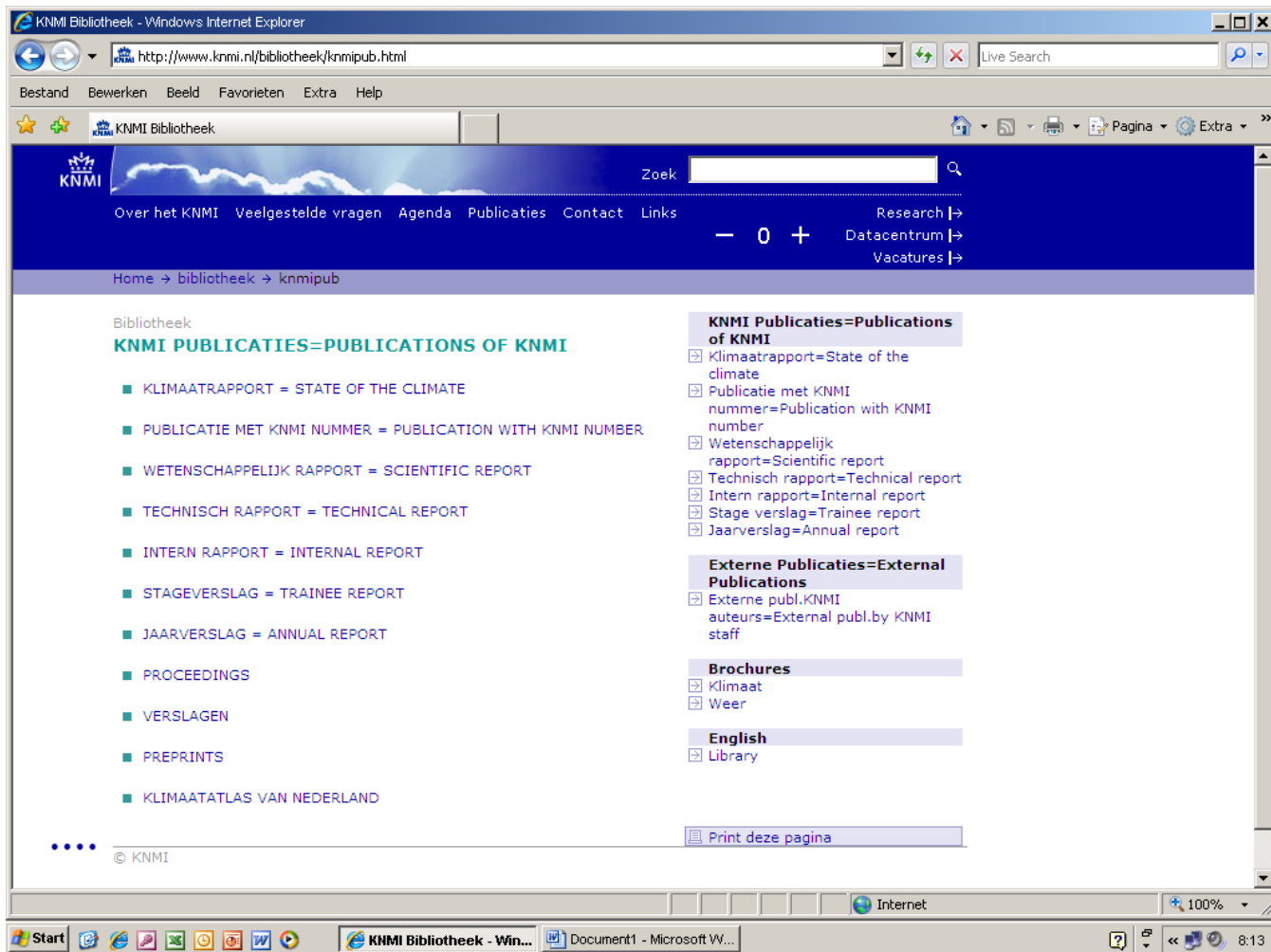
Substitutie van (A4.11) geeft:

$$\text{cov}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{D}(\mathbf{D}^T \mathbf{D})^{-1} \mathbf{D}^T = \mathbf{D} \mathbf{D}^{-1} (\mathbf{D}^T)^{-1} \mathbf{D}^T = \mathbf{I} \quad (\text{A4.16})$$

met  $\mathbf{I}$  de eenheidsmatrix (de matrix met enen op de hoofddiagonaal en nullen daarbuiten). De elementen van  $\boldsymbol{\varepsilon}$  zijn derhalve ongecorrleerd en hebben variantie 1. Het verschil tussen  $\boldsymbol{\varepsilon}$  en  $\boldsymbol{\eta}$  is dat  $\theta$  in vergelijking (A4.14) in de uitdrukking voor  $\boldsymbol{\eta}$  is vervangen door een geschatte waarde  $\bar{\theta}_w$ . De  $\eta_i$ 's zijn daardoor niet helemaal ongecorrleerd en hun variantie verschilt iets van 1. Daarnaast hangt de waarde van  $\boldsymbol{\eta}$  voor een bepaald station enigszins af van de volgorde waarin de verschillende stations gerangschikt zijn. De invloed van dit soort afwijkingen op de resultaten van paragraaf 6.2 is echter verwaarloosbaar.







All titles of KNMI-publications (and a full text PDF for the most recent ones) can be found on

<http://www.knmi.nl/bibliotheek/knmipub.html>

*If you have any questions, please contact us: [bibliotheek@knmi.nl](mailto:bibliotheek@knmi.nl)*





